

THESE

présentée devant l'UNIVERSITE de NANTES

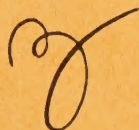
pour obtenir le grade de

DOCTEUR ès-SCIENCES

par

TRAN HUU HANH

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE MECANIQUE



METHODE D'ANALYSE DES STRUCTURES HETEROGENES

APPLICATION AU DIMENSIONNEMENT DES CAPACITES SOUS PRESSIONS,

NOTAMMENT DES ECHANGEURS DE CHALEUR

Soutenue le 12 juin 1971 devant la Commission d'Examen

M. TARDY

Président

M. GUEVEL

M. CHABERT

M. CAVAILLES

M. PERSON

Examineurs

THESE

présentée devant l'UNIVERSITE de NANTES

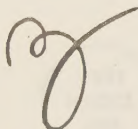
pour obtenir le grade de

DOCTEUR ès-SCIENCES

par

TRAN HUU HANH

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE MECANIQUE



METHODE D'ANALYSE DES STRUCTURES HETEROGENES

APPLICATION AU DIMENSIONNEMENT DES CAPACITES SOUS PRESSIONS,

NOTAMMENT DES ECHANGEURS DE CHALEUR

Soutenue le 12 juin 1971 devant la Commission d'Examen

M. TARDY

Président

M. GUEVEL

M. CHABERT

M. CAVAILLES

M. PERSON

Examineurs

THESE

Présentée par

M. J. J. J.

DOCTEUR EN SCIENCES

TRIN NUN HANH

Présentée par



Présentée par

Présentée par

Présentée par

Présentée par

Présentée par

Présentée par

Présentée par

Présentée par

Présentée par

UNIVERSITE DE NANTES

Président M. KERNEIS Médecine

Vice-Président M. PETRESCO Mathématiques

● ● ● ● ● ● ● ● ● ●

LISTE DES ENSEIGNANTS DES DISCIPLINES SCIENTIFIQUES

Professeurs

M. BRILLOUET

Mathématiques

M. MOLINARO

«

M. PAUC

«

M. PETRESCO

«

M. RAFFIN

«

M. VIVIER (E.N.S.M.)

«

M. TARDY (E.N.S.M.)

Mécanique

M. RAVILLY (E.N.S.M.)

«

M. AVIGNON

Physique

M. BOULLLOUD

«

M. COLLET

«

M. MINN

«

M. MEZENCEV (E.N.S.M.)

«

M. MOUTON

«

M. DUNOYER

Chimie

M. GRAFF

«

M. PIERI

«

M. QUINIOU

«

M. WOJTKOWIAK

«

Melle DEBRAUX

Biologie

M. GARRIGUES

«

Mme LE DOUARIN

«

M. LE DOUARIN

«

M. SELLIER

«

M. CAVET

Sciences de la Terre

Professeurs sans chaire M. MEYER

Mathématiques

M. BARDON

Physique

M. GOUREAUX

«

M. LASKAR

«

Melle OFFRET (E.N.S.M.)

«

M. GOBIN (E.N.S.M.)

Chimie

M. MARTIN

«

M. ROUXEL

«

M. TOURNOUX

«

M. DUPONT

Biologie

M. SAU DRAY

«

M. OTTMANN

Sciences de la Terre

Maîtres de Conférences

M. FOUQUES

Mathématiques

M. IBISCH

«

M. LAMEAU (E.N.S.M.)

«

M. LEBORGNE

«

M. GUEVEL (E.N.S.M.)

Mécanique

M. SULMONT (E.N.S.M.)

«

M. VILAINE (E.N.S.M.)

«

M. CAILLER (I.U.T.)

Physique

M. COTTU (I.U.T.)

«

M. LE BIHAN

«

M. LE CORRE (I.U.T.)

«

M. LONCKE

«

M. ROSIER

«

M. BOUCHY (I.U.T.)

Chimie

M. CHABANN EL

«

Mme MARTIN

«

M. POINTEAU (E.N.S.M.)

«

M. AMOURIQ

Biologie

M. LEBRUN

«

Mme NICOLA S-PRATT

«

M. FORESTIER

Sciences de la Terre

M. NICOLAS

«

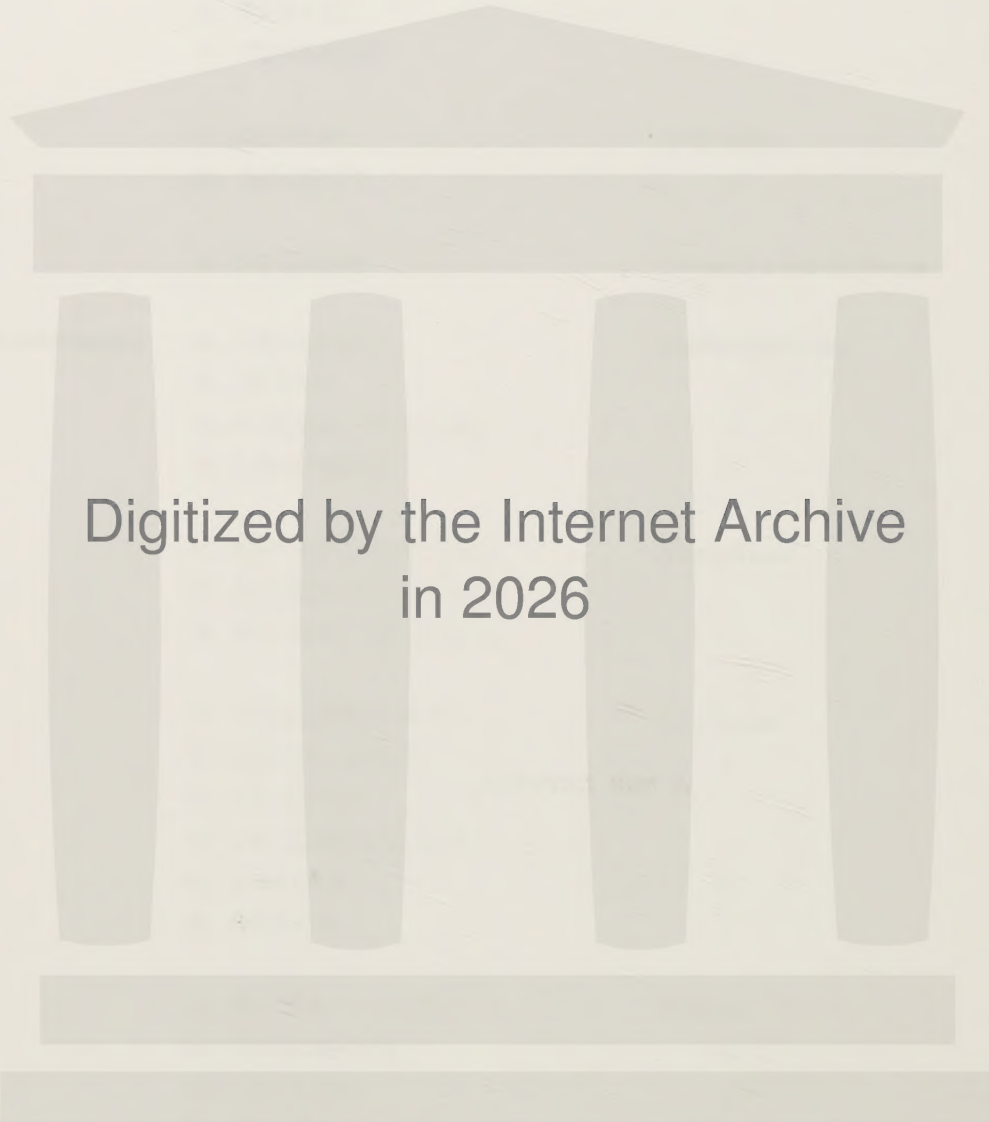
Secrétaire Général : M. LERAY



1872 - 1873

A mes parents,

A ma femme



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41555419_0038

AVANT - PROPOS

Ces recherches ont été entreprises au Centre de Calcul Scientifique et au laboratoire de Résistance des Matériaux de l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique, sous la direction de Monsieur le Professeur TARDY, Directeur de l'E.N.S.M.. Nous lui exprimons notre gratitude et nos remerciements pour son aide tout au long de ces recherches, ainsi que d'avoir accepté la présidence du Jury.

Certains résultats ont fait l'objet d'une communication présentée à l'Association Technique Maritime et Aéronautique, et d'un dépôt de brevet.

Ces travaux ont été effectués en partie avec la collaboration du Centre Technique des Industries Mécaniques. Nous tenons à remercier Monsieur ADAMOVICZ, Directeur Général du CETIM, Monsieur SIMON, Directeur Technique et Monsieur DAUMY, Directeur du Centre Ouest qui nous ont apporté une aide matérielle et technique.

Les expériences ont été réalisées dans les stations d'essais de l'Etablissement des Constructions et Armes Navales d'Indret. Nous exprimons notre reconnaissance à Monsieur l'Ingénieur Général CARETTE, Directeur de l'Etablissement, qui a bien voulu mettre à notre disposition un personnel technique nombreux et un matériel d'essais important, grâce auxquels nos expériences ont pu être effectuées dans les meilleures conditions.

Nos remerciements s'adressent également à Monsieur GUEVEL, Maître de Conférences, Monsieur CHABERT, chef de Département du CETIM, Monsieur CAVAILLES, Ingénieur en Chef de l'Armement de l'E.C.A.N. d'Indret et Monsieur PERSON, Ingénieur Principal de l'E.C.A.N. Indret qui ont bien voulu constituer le Jury.

S O M M A I R E

NOTATIONS.

I N T R O D U C T I O N

- 1 - Etude des plaques percées de nombreux trous par la méthode des éléments finis.
 1. 1. Méthode de calcul des plaques percées.
 1. 2. Travaux antérieurs.
 1. 3. Présente méthode : méthode des éléments finis.
 1. 4. Résultats obtenus par la méthode des éléments finis.
 1. 5. Comparaison des divers résultats.

- 2 - Méthode matricielle d'analyse des échangeurs de chaleur à tubes en U.
 2. 1. Equation matricielle de l'échangeur sous l'action de la pression.
 2. 2. Contrainte dans la plaque tubulaire sous l'action de la pression.
 2. 3. Contrainte thermique dans la plaque tubulaire.

- 3 - Méthode matricielle d'analyse des échangeurs de chaleur à 2 plaques fixes. Extension de la méthode au calcul des échangeurs à tête flottante.
 3. 1. Généralités.
 3. 2. Originalité de la présente méthode par rapport aux travaux antérieurs.
 3. 3. Equation matricielle de l'échangeur sous l'effet de la pression.
 3. 4. Contrainte dans la plaque tubulaire sous l'action de la pression.
 3. 5. Equation matricielle de l'échangeur sous l'action de la température.
 3. 6. Contraintes thermiques dans la plaque tubulaire.
 3. 7. Extension de la méthode au calcul des échangeurs à tête flottante.
 3. 8. Application au calcul d'un échangeur. Comparaison avec l'expérience.

4 - Nouvelle conception des échangeurs de chaleur :
utilisation des plaques très minces.

- 4. 1. Généralités.
- 4. 2. Base théorique.
- 4. 3. Etude technologique.
- 4. 4. Détermination des efforts s'exerçant sur le soufflet et sur le faisceau de tubes.
- 4. 5. Analyse de contrainte dans la plaque tubulaire.
- 4. 6. Contraintes dans le soufflet.
- 4. 7. Calcul théorique d'un prototype.
- 4. 8. Etude expérimentale du prototype.
- 4. 9. Confrontation de l'expérience avec la théorie.
- 4.10. Comportement à la fatigue.

C O N C L U S I O N.

Références bibliographiques.

NOTATIONS

Plaque tubulaire

- R^* = rayon de la plaque percée, mm
- H = épaisseur de la plaque percée, mm
- h = largeur minimale de ligament, mm
- P = pas triangulaire, mm
- h/P = coefficient de ligament
- d = diamètre extérieur des tubes, mm
- t = épaisseur des tubes, mm
- E = module d'Young, daN/mm².
- ν = coefficient de Poisson
- α = coefficient de dilatation thermique, mm/mm/°C
- E^* = module d'Young équivalent, daN/mm²
- ν^* = coefficient de Poisson équivalent
- D^* = rigidité de la plaque percée, daN. mm, $D^* = \frac{E^* H^3}{12 (1 - \nu^{*2})}$
- σ^* = contrainte nominale dans la plaque équivalente, daN/mm²
- σ_E = limite élastique, daN/mm²
- $\sigma_{\max}$ = contrainte maximale au bord des trous, daN/mm², $\sigma_{\max} = Y_{\max} \frac{P}{h} \sigma^*$
- $Y_{\max}$ = coefficient de majoration de contrainte
- S = intensité de contrainte, daN/mm²
- K = facteur multiplicateur de contrainte

Faisceau tubulaire

- L = longueur des tubes, mm
- I_t = moment d'inertie des tubes, mm⁴
- N = nombre de tubes
- E_t = module d'Young des tubes, daN/mm²
- k_w = module de fondation pour la flèche, hbar/mm, $k_w = \frac{N t (d-t) E_t}{R^{*2} L}$

k_{ϕ} = module de fondation en rotation, mm, daN/mm², $k_{\phi} = \frac{3 E_t I_t N}{R^* 2 \ell}$

ℓ = distance de la plaque tubulaire à la première chicane, mm

s_w = rigidité relative "fondation - plaque", sans dimension, $S_w = R \sqrt[4]{\frac{k_w}{D^*}}$

s_{ϕ} = rigidité relative en rotation "fondation - plaque", sans dimension.

$$s_{\phi} = \frac{k_{\phi}}{\sqrt[4]{4 k_w D^*}}$$

Virole

R_C = rayon moyen, mm

e_C = épaisseur de la virole, mm

k_C = module de fondation de la virole, hbar/mm, $k_C = \frac{E e_C}{R_C^2}$

λ_C = constante de coque, mm⁻¹, $\lambda_C = \left[\frac{3 (1 - \nu^2)}{R_C^2 e_C^2} \right] \frac{1}{4}$

Tête d'échangeur

$\lambda_E = R_E \left[\frac{3 (1 - \nu^2)}{R_E^2 e_E^2} \right] \frac{1}{4}$ (sans dimension)

Chargement

p = pression, hbar

p_e = pression hydrostatique effective s'exerçant sur la plaque équivalente, hbar,

M = moment de flexion par unité de longueur, mm daN/mm

N = effort normal par unité de longueur, daN/mm

Q = effort tranchant par unité de longueur, daN/mm

T = température des fluides, °C

Déformations

W = flèche, mm

u = déplacement radial, mm

θ = rotation, rad.

Indices

A, B, C, P = éléments A, B, C, P

1, 2, 3... jonctions 1, 2, 3 ...

r = radial

t = tangentiel, tube

INTRODUCTION

Les échangeurs de chaleur trouvent de nombreuses applications dans toutes les industries, notamment dans les installations pétrochimiques et dans les réacteurs nucléaires.

Dans ces appareils, l'élément le plus délicat à dimensionner scientifiquement est la plaque à tubes. C'est une plaque percée de nombreux trous, dans lesquels les tubes sont fixés par dudgeonnage. Une telle plaque peut recevoir plusieurs milliers de tubes et une fuite ou une amorce de rupture nécessite une réparation difficile et peut provoquer une longue interruption du fonctionnement de l'installation.

Pendant très longtemps, l'épaisseur de ces plaques a été déterminée par des formules empiriques, déduites des formules des fonds plats des capacités sous pression. Ces formules sont insuffisantes, car elles ne tiennent compte ni de la densité de perçage, ni de la présence des tubes. Or, la présence des trous diminue la rigidité de la plaque et entraîne une majoration de contrainte; celle des tubes contribue par contre, à rigidifier la plaque. Tous les éléments précités ont fait l'objet de nombreuses controverses.

Actuellement, c'est la théorie des plaques équivalentes qui est largement utilisée pour analyser les plaques perforées : selon cette théorie, la plaque percée est supposée pleine, de même dimension extérieure, mais ayant des constantes élastiques fictives différentes E^* et ν^* appelées "constantes élastiques équivalentes". Les constantes E^* et ν^* et les coefficients de majoration de contraintes ont été déterminés soit analytiquement par HORVAY [1] , [2] , MALKIN [3] soit expérimentalement par SAMPSON [4] [5] et O'DONNELL [8] . Les résultats ainsi obtenus sont apparus divergents et souvent contradictoires.

De plus, ces plaques percées font généralement partie d'une structure. L'influence de la structure sur les contraintes et les déformations de la plaque sont souvent difficiles à déterminer avec précision, surtout dans les échangeurs à plaques fixes où l'action du faisceau de tubes n'est pas négligeable. Aussi, divers auteurs, jusqu'à présent, ont-ils formulé des hypothèses simplificatrices pour pouvoir aborder le problème. Ainsi GARDNER [23] (1952) et MILLER [26] (1952) dont les travaux sont simultanés, mais indépendants, ont supposé les plaques complètement percées et appuyées ou encastrées à la périphérie. YI YUAN YU [30] (1956) d'une part, BOON et WALSH [32] (1964) d'autre part, ont tenu compte de l'influence des viroles, mais ont négligé le bord non percé. TRACHENKO [33] (1966) a étudié uniquement l'action du faisceau de tubes, etc ...

Par ailleurs, les calculs, puis les expériences ont montré qu'il y a une mauvaise répartition des contraintes dans la structure : contraintes très élevées dans la plaque malgré une grande épaisseur, mais faibles ou très mal distribuées dans le faisceau de tubes.

Il apparaît que malgré ces nombreux travaux entrepris depuis une vingtaine d'années, les connaissances actuelles dans ce domaine sont insuffisantes et souvent contradictoires. Les présentes recherches, possibles grâce au développement récent des ordinateurs, ont donc un triple but :

1° - améliorer les connaissances actuelles sur les plaques perforées, (application de la "méthode des Eléments Finis").

2° - Elaborer une méthode de calcul plus rationnelle des divers types d'échangeurs, devant permettre de tenir compte de tous les facteurs d'influence jusqu'alors négligés (utilisation de la méthode matricielle dite "Méthode de Flexibilité").

3° - Mettre au point une nouvelle manière de concevoir les Echangeurs de chaleur, afin d'obtenir une meilleure répartition des efforts (utilisation des plaques très minces).

Chapitre 1

ETUDE DES PLAQUES PERCEES DE NOMBREUX TROUS PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

Jusqu'à présent, pour analyser les plaques perforées, divers auteurs ont utilisé des méthodes analytiques ou expérimentales. Ces méthodes n'ont pas permis de connaître les contraintes en un point quelconque de la plaque.

A le progrès récent des calculs scientifiques sur ordinateur, nous avons pu utiliser la méthode des éléments finis pour déterminer les contraintes et les déformations des plaques perforées.

Les résultats ainsi obtenus seront comparés avec les résultats antérieurs.

1 - 1 - METHODE DE CALCUL DES PLAQUES PERCEES.

La plaque percée est généralement calculée selon la théorie des plaques équivalentes : la plaque est supposée pleine de mêmes dimensions extérieures, mais ayant des constantes élastiques fictives différentes E^* et ν^* appelées "constantes élastiques équivalentes".

Les déformations ainsi calculées sont celles de la plaque percée réelle.

Par contre, les contraintes trouvées dans la plaque équivalente sont des contraintes nominales et doivent être affectées d'un facteur multiplicateur de contrainte pour obtenir les différentes sortes de contraintes dans la plaque percée réelle.

Dans une plaque percée réelle, on peut distinguer 3 sortes de contraintes :

la contrainte moyenne à la surface de la plaque,
la contrainte moyenne à travers de l'épaisseur de la plaque,
et la contrainte maximale au bord des trous.

Les contraintes moyennes seront analysées pour chaque type d'échangeur (chapitres 2 et 3).

La contrainte maximale a été déterminée par divers auteurs soit théoriquement, soit expérimentalement.

1 - 2. TRAVAUX ANTERIEURS.

Divers auteurs ont déterminés, pour les pas triangulaires, diverses constantes élastiques équivalentes E^* et ν^* et des facteurs de majorations de contrainte K_t .

HORVAY [1] [2] et MALKIN [3] en 1952, ont fait une étude théorique approchée en considérant la plaque perforée comme un nid d'abeille.

Les études expérimentales par figeage de contrainte ont été entreprises par SAMPSON [4] [5] en 1959.

Les résultats sont apparus très divergents, comme le montre les figures 1 - 1 a et b.

Les écarts des résultats théoriques de HORVAY et de MALKIN par rapport à ceux de SAMPSON sont probablement dus à l'approximation mentionnée ci-dessus.

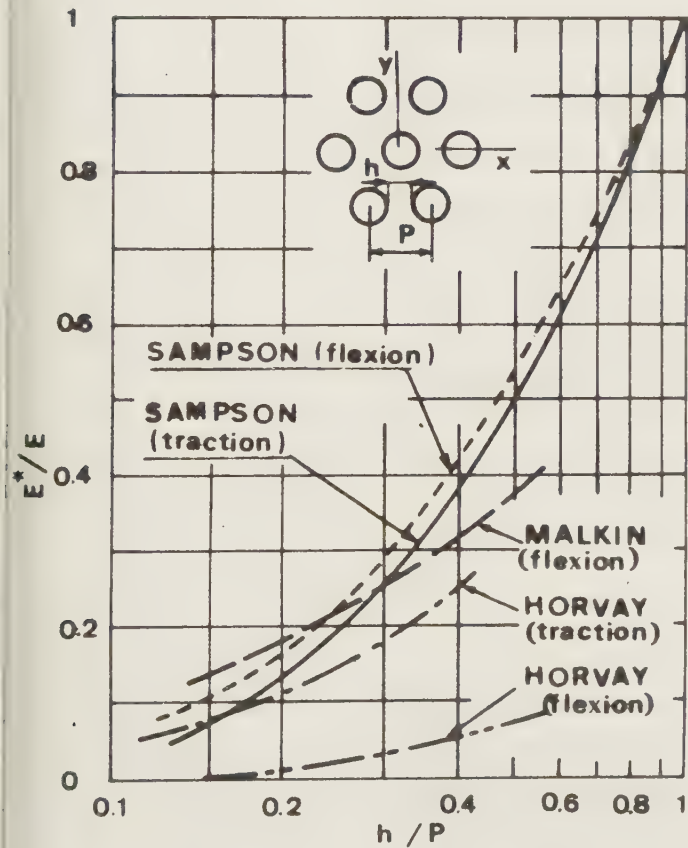
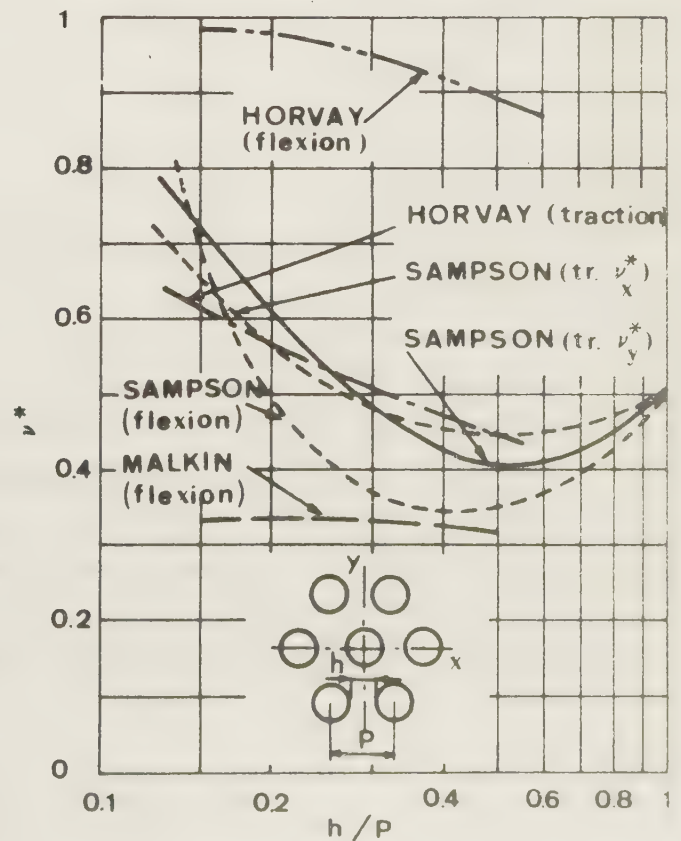


Fig 1-1.a - Comparaison des divers modules d'YOUNG équivalents .

Fig. 1-1.b - Comparaison des divers coefficients de Poisson équivalents .

Fig 1-1.b



Les expériences de SAMPSON ont montré, d'autre part, que les constantes élastiques E^* et ν^* et le coefficient de majoration de contrainte dépendent également du mode de chargement (traction ou flexion), et de l'épaisseur de la plaque. Les figures 1-2 a et b, 13-14 et 15, mettent en évidence ces influences.

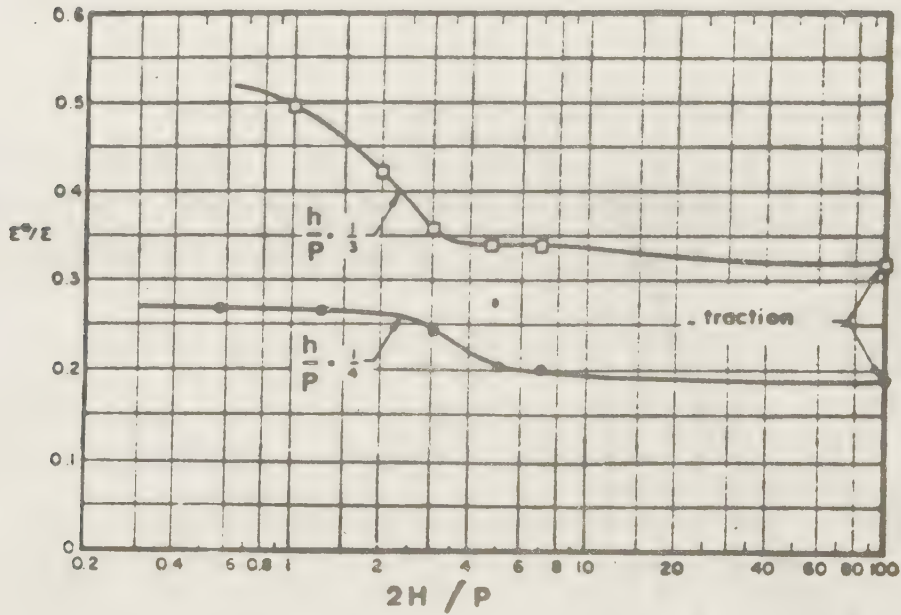


Fig. 1-2.a

Influence de l'épaisseur de la plaque sur le coefficient d'écoulement.

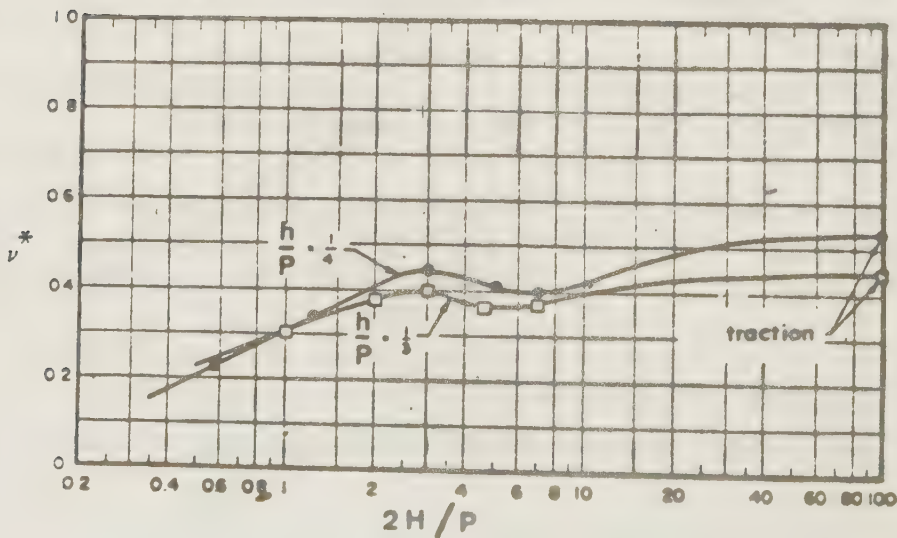


Fig 1-2.b- Influence de l'épaisseur de la plaque sur le coefficient de Poisson.

Fig. 1-3.

Constantes élastiques
équivalentes en
traction et en
flexion.

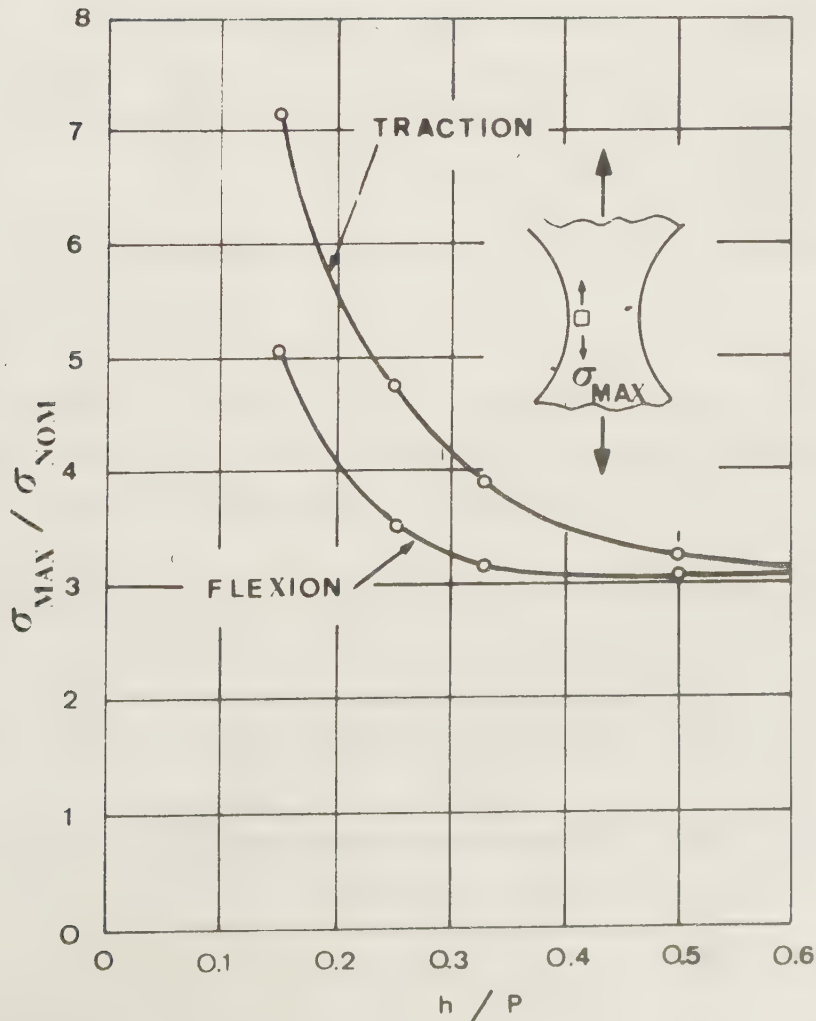
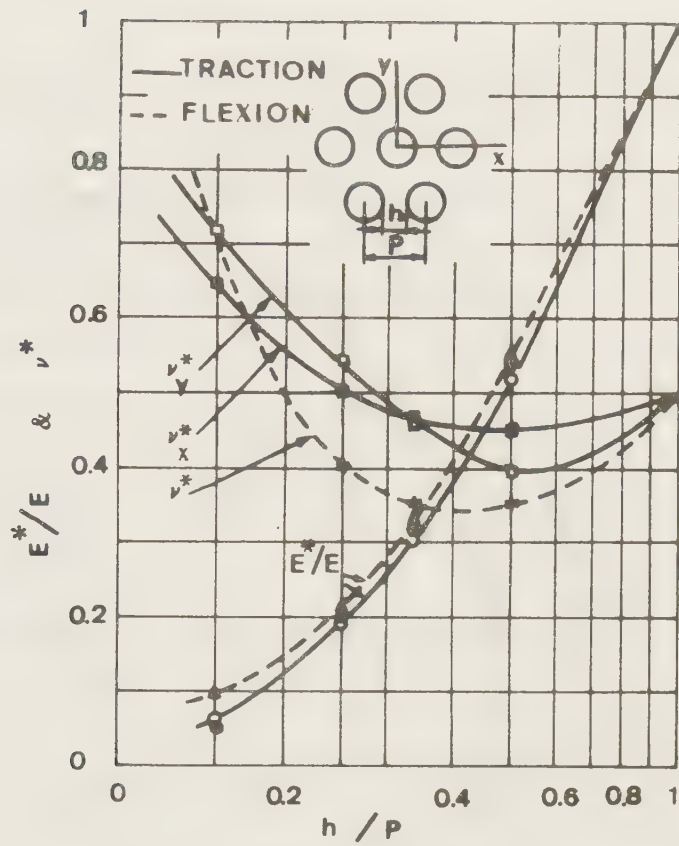


Fig. 1-4.

Influence du mode
de chargement
sur la majoration
de contrainte.

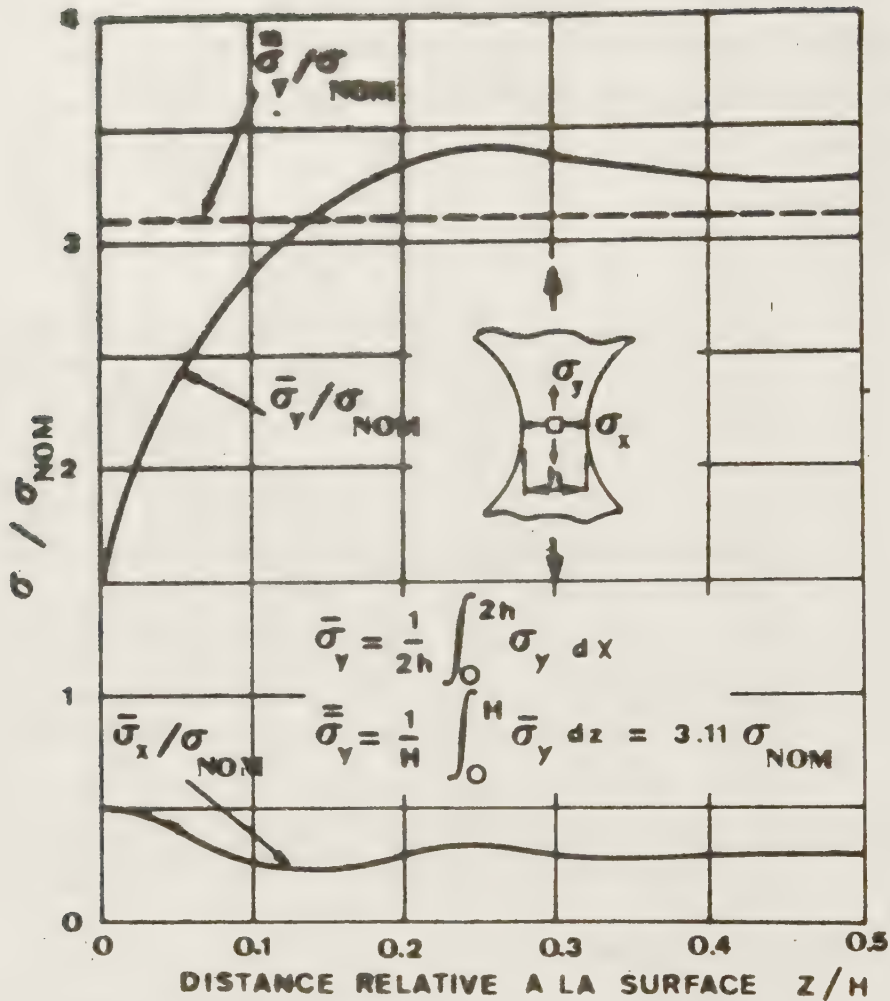


Fig. 1-5

Variation de contraintes le long de l'épaisseur..

On remarque que :

- 1) Les constantes élastiques E^* et ν^* des plaques minces obtenues en flexion tendent vers des résultats obtenus en traction, lorsque les plaques deviennent épaisses. La plaque peut être considérée comme épaisse, lorsque $H/P=2$ (figure 1-2 a et b) .
- 2) Le coefficient de majoration de contrainte au bord des trous obtenu en traction est plus grand que celui obtenu en flexion. (fig. 14)
- 3) Même en traction, la majoration de contrainte n'est pas uniforme tout au long de l'épaisseur et est plus faible au voisinage de la surface neutre de la plaque. (fig. 15)
- 4) Pour les plaques épaisses, les constantes élastiques E^* et ν^* diffèrent légèrement selon le mode de chargement. (fig. 13)

Dans la pratique, les plaques travaillent souvent simultanément en flexion et en traction. Il n'est pas commode d'utiliser les constantes spécifiques pour chaque type de sollicitation. Heureusement, la plupart des plaques d'échangeur sont épaisses ($H/P > 2$) et de ce fait, les constantes E^* et ν^* peuvent être prises égales à celles obtenues en traction. D'autre part, pour des raisons de sécurité, il est préférable d'adopter les coefficients de majoration de contrainte plus élevés obtenus en traction et mesurés à la surface de la plaque. C'est ce qu'a préconisé O'DONNELL [8], dont les travaux déduits des résultats expérimentaux de SAMPSON [4] [5] constituent la base de la méthode de calcul des plaques perforées du code ASME [11].

Plus récemment, MEIJERS [12], a déterminé théoriquement E^* , ν^* et K_t par la théorie de l'élasticité.

Pour des raisons inconnues les résultats de MEIJERS diffèrent de ceux d'O'DONNELL.

Nous nous proposons d'étudier ici les plaques perforées par la méthode des éléments finis. Les résultats (éléments finis) seront comparés avec ceux d'O'DONNELL (photoélasticité) et de MEIJERS (théoriques).

1 - 3. PRESENTÉ METHODE : METHODE DES ELEMENTS FINIS.

La méthode des éléments finis utilisée pour conduire cette étude est basée sur le principe de l'énergie potentielle minimale. Le modèle mathématique correspondant est le modèle déplacement.

L'élément caractéristique de base adopté est l'élément triangulaire à 6 degrés de liberté.

1 - 3.1. Modèle mathématique en éléments finis.

L'examen du réseau d'isochromes obtenu par l'étude photoélastique antérieur [9] a montré que l'effet du bord disparaît dès la 2^e rangée (fig. 1-1). Pour cette raison, il est largement suffisant de prendre un modèle à 5 rangées de 4 trous (fig. 1 - 7).

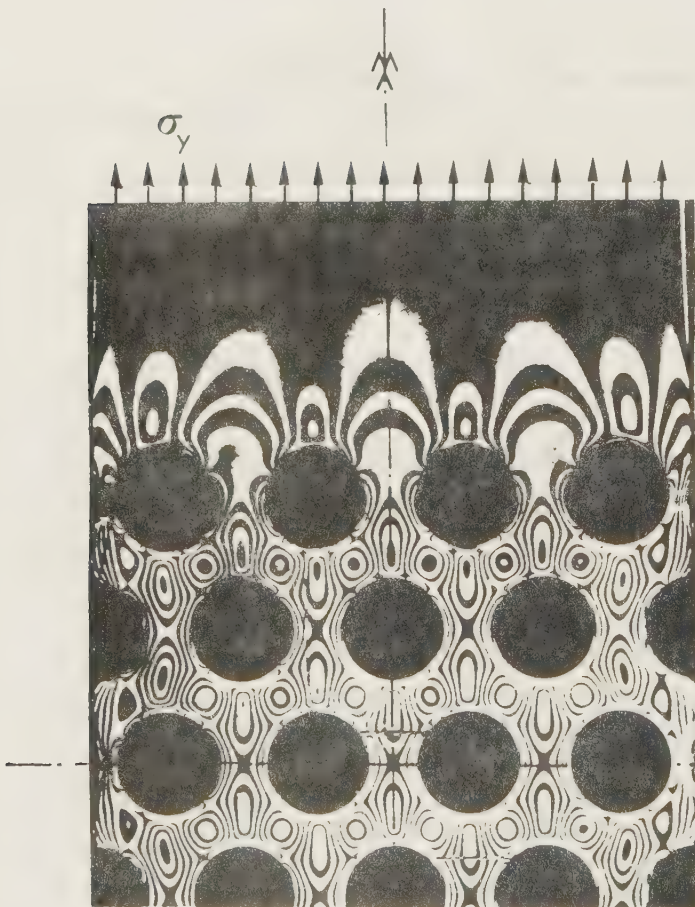


Fig. 1-6.

Réseau d'isochromes

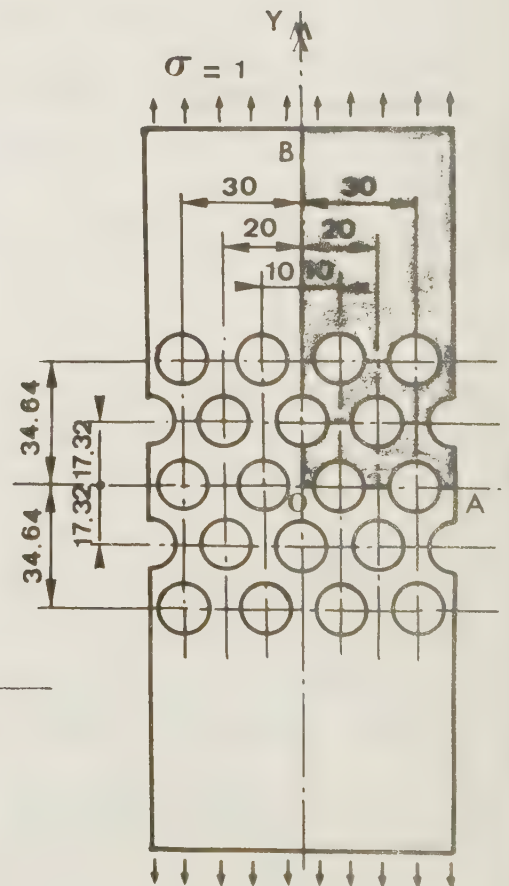


Fig. 1-7.

Plaque perforée en traction.

A cause de la symétrie, on ne prend que le quart du modèle de la figure 1 - 7.

On imposera le déplacement en y nul pour le bord OA et le déplacement en x nul pour le bord OB. Le quart de plaque obtenu est décomposé en éléments finis . Les modèles mathématiques des diverses plaques ainsi obtenus sont donnés aux figures 1-8 a,b et c.

1 - 3.2. Mise en équations des caractéristiques de l'élément fini.

Un élément triangulaire quelconque (e) de noeuds i, j, m, numéroté dans le sens trigonométrique est caractérisé par le vecteur déplacement $\{\delta\}_e$ tel que :

$$\{\delta\}_e = \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_m \end{Bmatrix}$$

$$\{\delta_i\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}$$

$$\{\delta_j\} = \begin{Bmatrix} u_j \\ v_j \end{Bmatrix}$$

$$\{\delta_m\} = \begin{Bmatrix} u_m \\ v_m \end{Bmatrix}$$

où δ_i , δ_j et δ_m sont respectivement les vecteurs déplacements des noeuds i, j, m, (fig. 1 - 9).

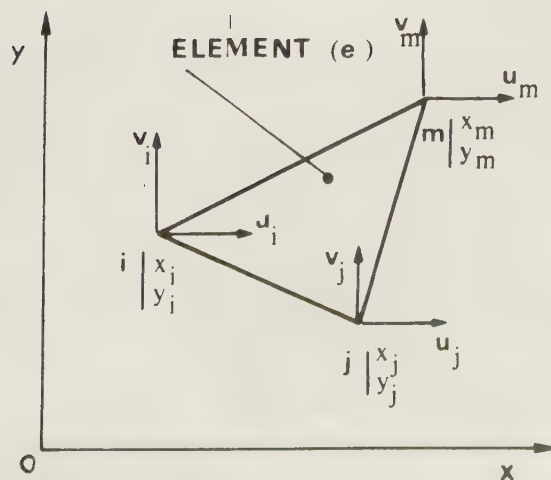


FIG 1.9

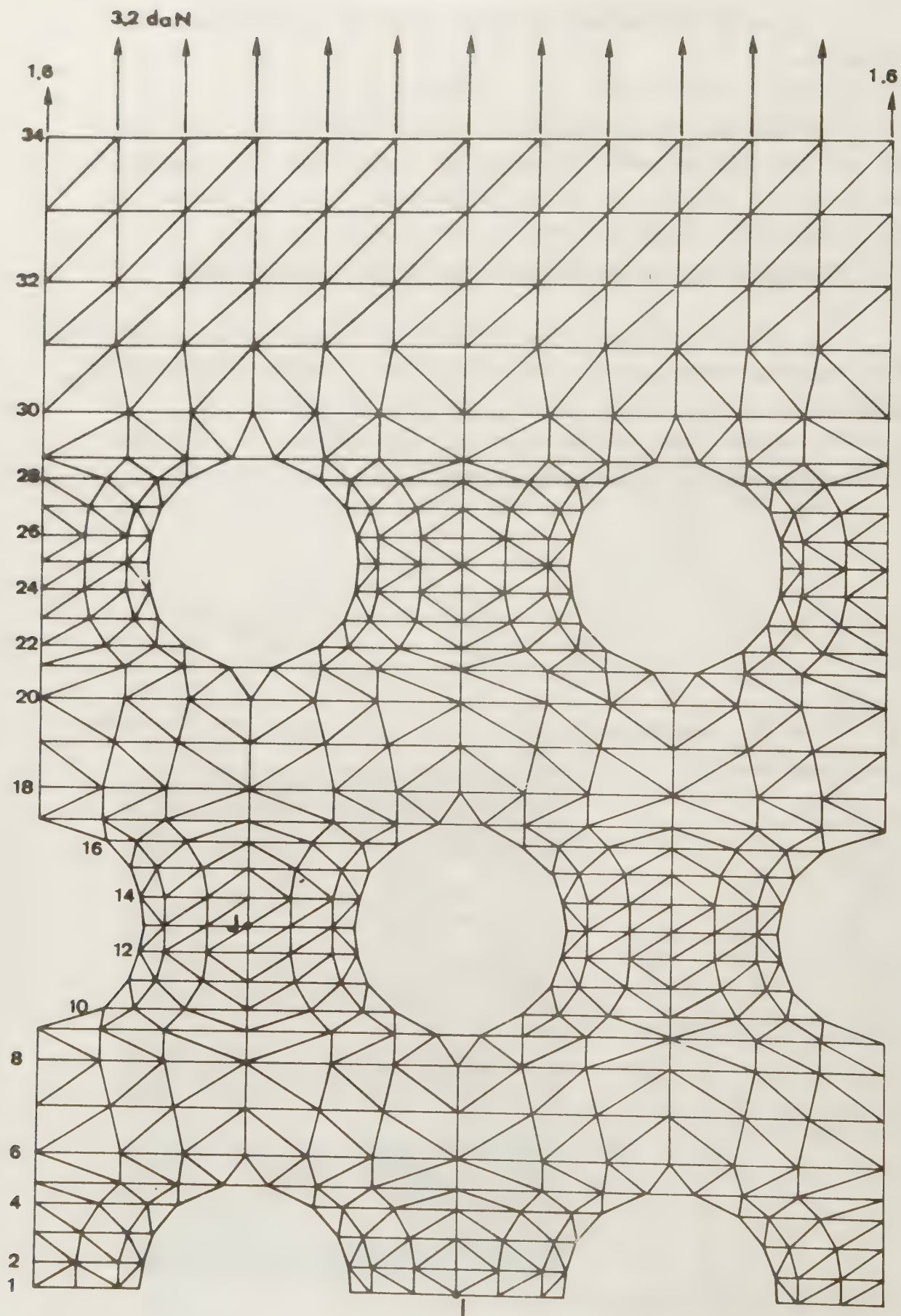


Fig. 1-8. a. - Modèle mathématique en éléments finis.

Plaque $h/P = 0,50$

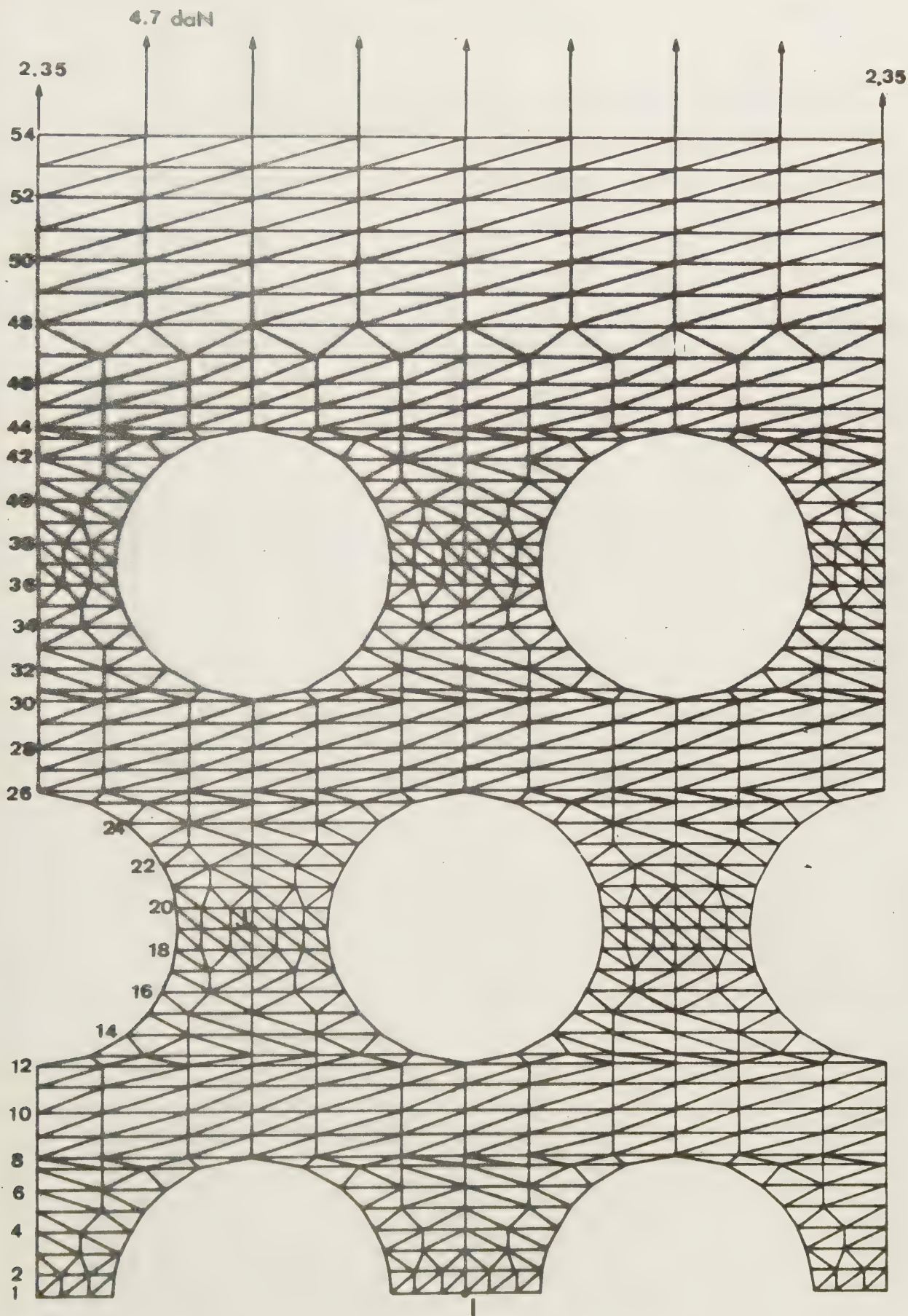


Fig. 1.8b- Modèle mathématique en éléments finis.

Plaque $h/P = 0,35$

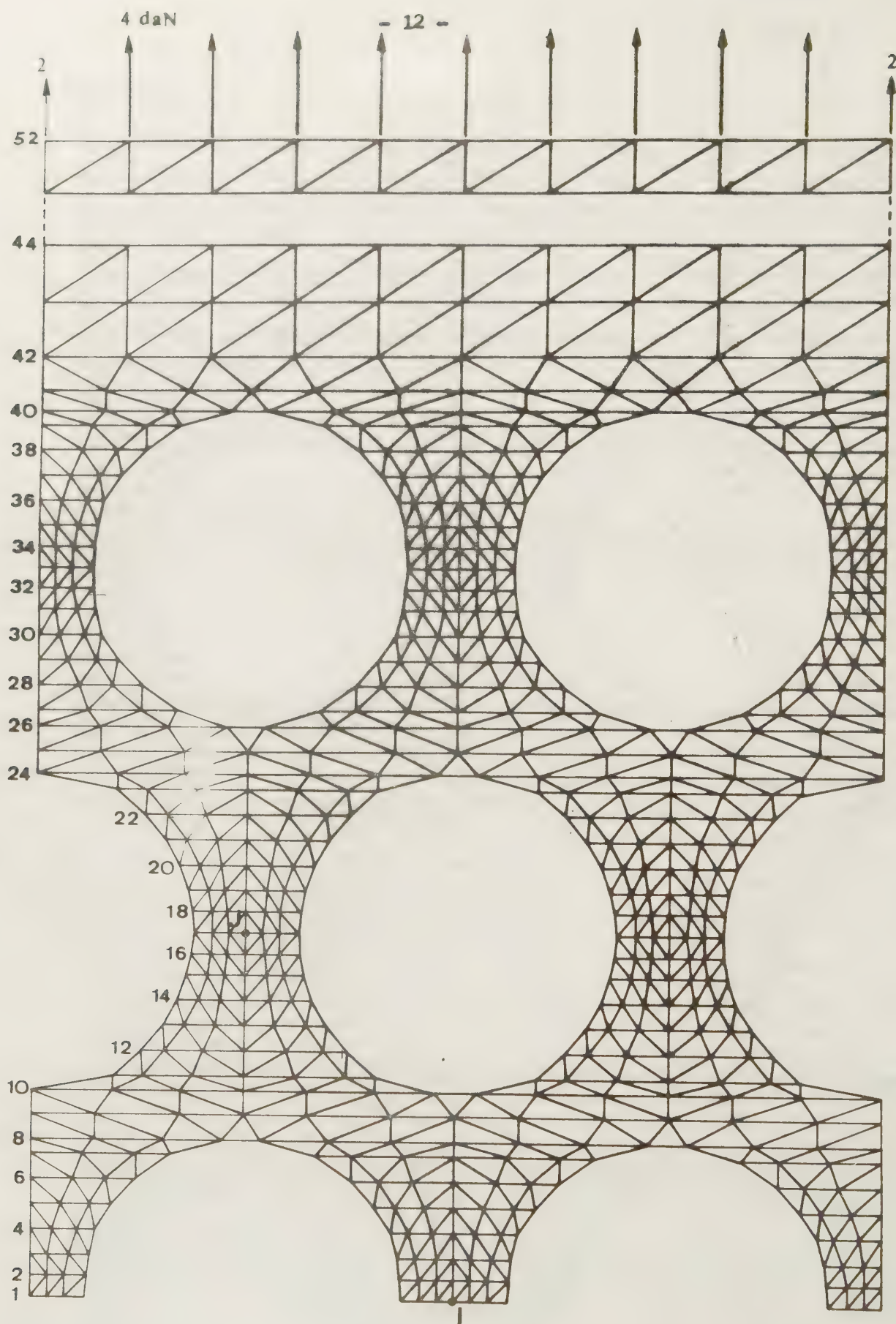


Fig. 1-8.c. - Modèle mathématique en éléments finis.

Plaque $h/P = 0,25$

Conformément au modèle déplacement adopté, le déplacement de l'élément (e) est défini par :

$$\{f\}_e = \begin{cases} u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \\ v = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y \end{cases} \quad \dots (1-1)$$

Les coefficients $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_6$ sont déterminés en fonction des coordonnées et des déplacements des noeuds, soit :

$$\begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_i \\ v_j \\ v_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{bmatrix}$$

En posant :

$$\begin{cases} a_i = x_j y_m - x_m y_j \\ b_i = y_j - y_m \\ c_i = x_m - x_j \end{cases}$$

et a_j, b_j, c_j ; a_m, b_m, c_m par permutation circulaire, nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} a_i & a_j & a_m \\ b_i & b_j & b_m \\ c_i & c_j & c_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_m \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{bmatrix} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} a_i & a_j & a_m \\ b_i & b_j & b_m \\ c_i & c_j & c_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ v_j \\ v_m \end{bmatrix}$$

Δ étant l'aire de l'élément (e).

En posant :

$$N'_i = \frac{1}{2\Delta} (a_i + b_i x + c_i y)$$

$$N'_j = \frac{1}{2\Delta} (a_j + b_j x + c_j y)$$

$$N'_m = \frac{1}{2\Delta} (a_m + b_m x + c_m y)$$

et $[I] =$ matrice
unité (2×2)

l'expression de $\{f\}_e$ devient :

$$\{f\}_e = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] N'_i & [I] N'_j & [I] N'_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_m \\ v_m \end{bmatrix} \quad \dots (1-2)$$

La déformation totale en un point intérieur de l'élément est défini par le vecteur $\{\epsilon\}_e$

$$\{\epsilon\}_e = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix}$$

En exprimant ces 3 composantes, nous obtenons :

$$\{\epsilon\}_e = [B] \{\delta\}_e \quad \dots (1.3)$$

$$[B] = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_m & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_m \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_m & b_m \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2\Delta} \left[[B_i], [B_j], [B_m] \right]$$

$[B]$ n'est fonction que des coordonnées des noeuds i, j, m , de l'élément (e) , donc constante. La déformation est donc constante sur l'élément (e) .

La relation entre contraintes et déformations peut s'écrire :

$$\{\sigma\}_e = [D] \{\epsilon\}_e \quad \dots (1-4)$$

$[D]$ = matrice élasticité.

Compte tenu de l'équation (1-3), la contrainte est donnée par :

$$\{\sigma\}_e = [D] [B] \{\delta\}_e \quad \dots (1-5)$$

$$\text{où } \{\sigma\}_e = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad [D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

car on a un état plan de contrainte.

Les forces nodales de l'élément (e), statiquement équivalentes aux forces extérieures et charges réparties sur l'élément peuvent s'écrire :

$$\{F\}_e = \begin{Bmatrix} F_i \\ F_j \\ F_m \end{Bmatrix}$$

où chaque force $\{F_i\}$ a 2 composantes $\begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}$.

Pour réaliser ce chargement statiquement équivalent, nous appliquons le théorème des travaux virtuels, en négligeant les forces de masse.

Soit $\{\delta^*\}_e$ un déplacement virtuel de l'élément (e). D'après l'équation (1-3), il résulte :

$$\{\epsilon^*\} = [B] \{\delta^*\}_e$$

Le travail des forces nodales est égal à :

$$\left(\{\delta^*\} \right)^T \{F\}_e$$

De même, le travail des forces internes s'écrit :

$$(\{\varepsilon^*\})^T \{\sigma\}_e \quad \text{par unité de volume,}$$

$$\begin{aligned} \text{soit } ([B] \{\delta^*\}_e)^T \{\sigma\}_e &= (\{\delta^*\}_e)^T [B]^T \{\sigma\}_e \\ &= (\{\delta^*\}_e)^T [B]^T [D] [B] \{\delta\}_e \end{aligned}$$

L'égalité des travaux interne et externe s'écrit donc :

$$(\{\delta^*\}_e)^T \{F\}_e = (\{\delta^*\}_e)^T \iiint_V [B]^T [D] [B] dv \cdot \{\delta\}_e$$

$$\text{soit : } \{F\}_e = \left[\iiint_V [B]^T [D] [B] dv \right] \{\delta\}_e \quad \dots (1-6)$$

On en déduit la matrice raideur de l'élément (e) :

$$[k]_e = \iiint_V [B]^T [D] [B] dv \quad \dots (1-7)$$

Dans le cas particulier de l'élément triangulaire, d'épaisseur H, puisque [B] est constante, l'expression (1-7) devient :

$$[k]_e = [B]^T [D] [B] \Delta \cdot H \quad \dots (1-8)$$

La matrice raideur $[k]_e$ de l'élément (e) peut s'exprimer en fonction de sous-matrices élémentaires $[k_{rs}]$.

$$[k]_e = \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ij} & k_{im} \\ k_{ji} & k_{jj} & k_{jm} \\ k_{mi} & k_{mj} & k_{mm} \end{bmatrix}$$

avec chaque $[k_{rs}] = [B_r]^T [D] [B_s] \Delta \cdot H$.

1 - 3.3. Assemblage de la structure.

L'assemblage de la structure se fait en écrivant l'équilibre de chacun des noeuds de la structure. Si $\{R_i\}$ est la force extérieure appliquée au noeud i , on a :

$$\{R_i\} = \sum \{F_i\}$$

la sommation étant faite sur tous les éléments entourant le noeud i .

Lorsque l'équilibre de chacun des noeuds est écrit, nous obtenons un système d'équations linéaires :

$$\{R\} = [K] [\Delta] \quad \dots (1-9)$$

$\{R\}$: vecteur des forces extérieures
 $[K]$: matrice raideur globale de la structure
 $[\Delta]$: vecteur déplacements nodaux.

Ces déplacements sont les inconnus du système.

1 - 3.4. Caractéristiques du programme de calcul.

Notre programme de calcul est exécuté sur ordinateur IBM 360-30, 64 koctets.

La résolution du système (1-9) se fait par la méthode GAUSS- JORDAN

Le programme de calcul des plaques perforées présentent les caractéristiques suivantes :

- largeur de bande : 15 noeuds
- pour $h/P = 0,50$: 479 noeuds, 800 éléments
- $h/P = 0,35$: 647 noeuds, 1059 éléments
- $h/P = 0,25$: 715 noeuds, 1190 éléments
- temps de calcul : 1 h 30 environ.

1-4- RESULTATS OBTENUS PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

La méthode des éléments finis permet d'obtenir :

- 1°- les déplacements en un noeud quelconque,
- 2°- les contraintes σ_x , σ_y et τ_{xy} constantes dans un élément quelconque (e),
- 3°- les contraintes principales et les directions principales correspondantes.

Ces renseignements nous permettent d'en déduire :

- les constantes élastiques équivalentes ,
- la distribution des contraintes au bord des trous ,
- la distribution des contraintes le long de la section minimale de ligament ,etc...

1-4.1. Constantes élastiques équivalentes .

Elles sont obtenues par des relations de définition suivantes :

- module d'YOUNG équivalent : $E^* = \sigma_y / \epsilon_y$
- coefficient de POISSON : $\nu^* = \epsilon_x / \epsilon_y$... (1-10)

La contrainte nominale σ_y est prise égale à la moyenne des valeurs de tous les éléments compris entre les deux dernières lignes (Fig. 18).

La déformation unitaire ϵ_x est calculée à partir du déplacement en x du point I et ϵ_y à partir du en y du point J. (fig. 1-8 a,b et c)

Les plaques sont programmées avec :

$$E = 20\ 000\ \text{hbar}$$

$$\nu = 0,3$$

Les divers résultats sont groupés dans le tableau 1-1.

Tableau 1-1 - Résultats numériques des diverses plaques .

$\frac{h}{P}$	σ_y (daN/mm ²)	u_1 (mm)	v_j (mm)	$\epsilon_x = \frac{u_1}{x_1}$	$\epsilon_y = \frac{v_j}{y_j}$	$\frac{E^*}{E} = \frac{\sigma_y}{E \epsilon_y}$	$\nu^* = \frac{\epsilon_x}{\epsilon_y}$
1	/	/	/	/	/	1	0.30
0.50	0.96	-0.5232 E-03	0.1532 E-02	0.262 . 10 ⁻⁴	0.885 . 10 ⁻⁴	0.54	0.30
0.35	0.94	-0.9600 E-03	0.2319 E-02	0.480 . 10 ⁻⁴	1.339 . 10 ⁻⁴	0.35	0.36
0.25	1.00	-0.2128 E-02	0.4186 E-02	1.064 . 10 ⁻⁴	2.417 . 10 ⁻⁴	0.21	0.44

1.2. Distribution de contrainte au bord des trous .
Facteur de majoration de contrainte .

La distribution de contrainte au bord des trous est étudiée pour 4 cas :

1) traction uniaxiale dans la direction y : ($\beta = 0$)

$$[\sigma_{\phi} / \sigma_y]_{x=0}$$

2) traction uniaxiale dans la direction x : ($\beta = 0$)

$$[\sigma_{\phi} / \sigma_x]_{y=0}$$

3) traction biaxiale d'égale intensité dans 2 directions perpendiculaires : ($\beta = 1$)

$$[\sigma_{\phi} / \sigma_y]_{x=y}$$

4) traction et compression d'égale intensité dans 2 directions perpendiculaires (cisaillement pur) : ($\beta = -1$)

$$[\sigma_{\phi} / \sigma_y]_{x=-y}$$

Le premier cas ($\sigma_y = 1$) est donné directement par les éléments situés au bord (Fig. 1-10, a, b et c)

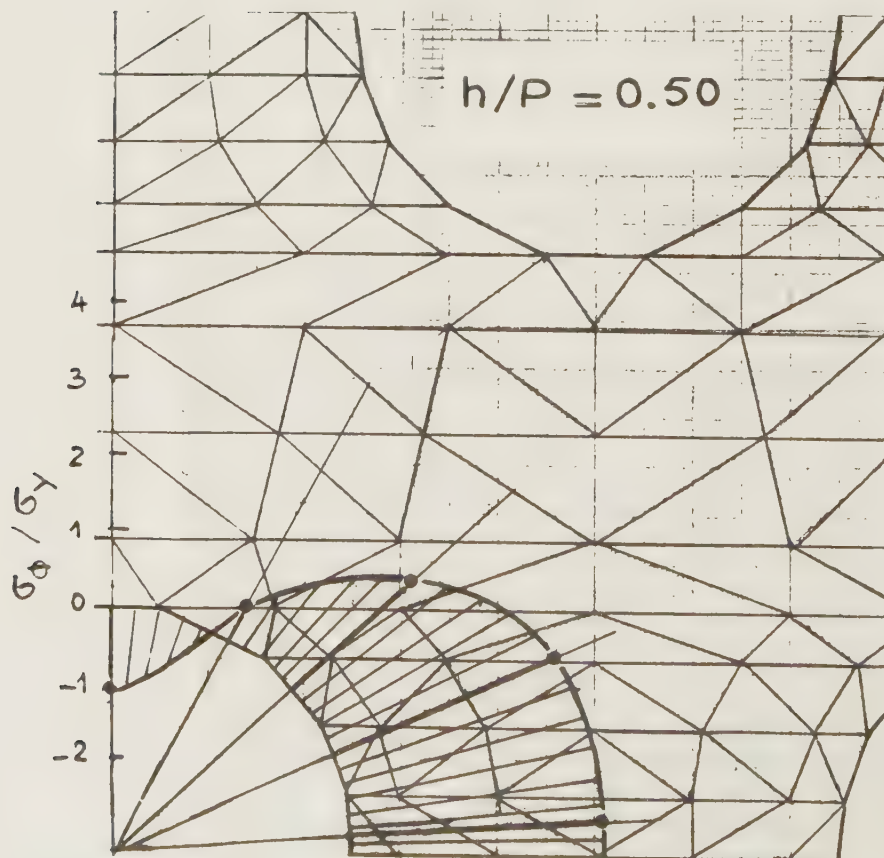


Fig. 1-10. a- Distribution de contrainte au
bord des trous - $h/P = 0,50$

Fig. 1-10.b-

Distribution de
contrainte au bord
des trous.
 $h/P = 0,35$

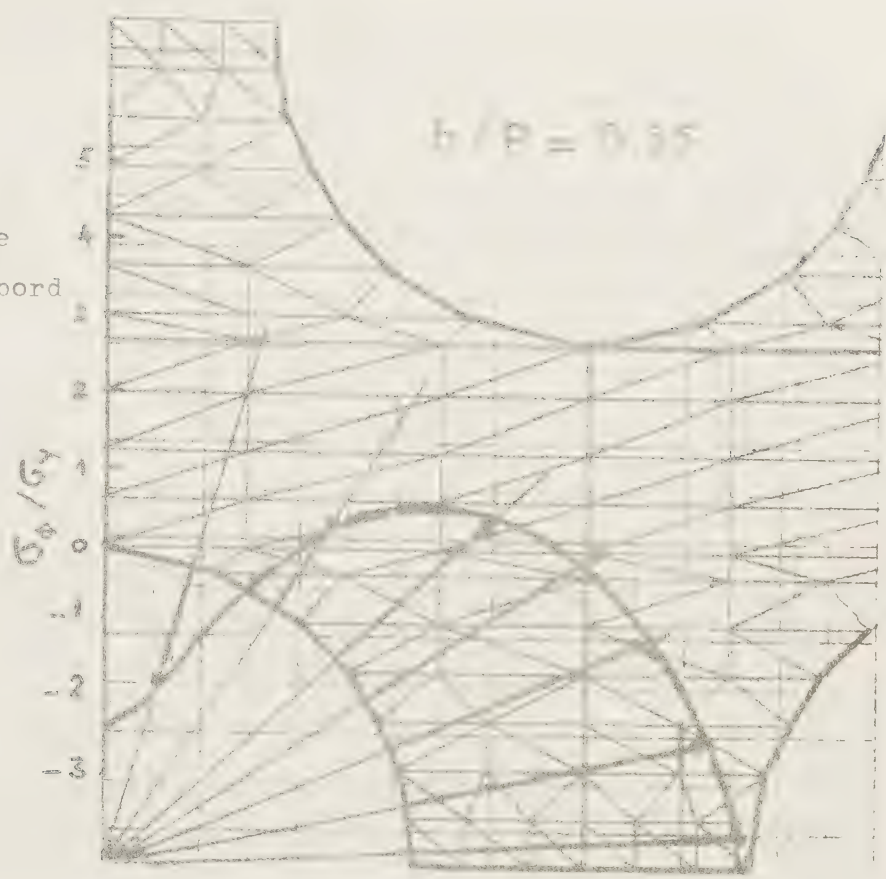
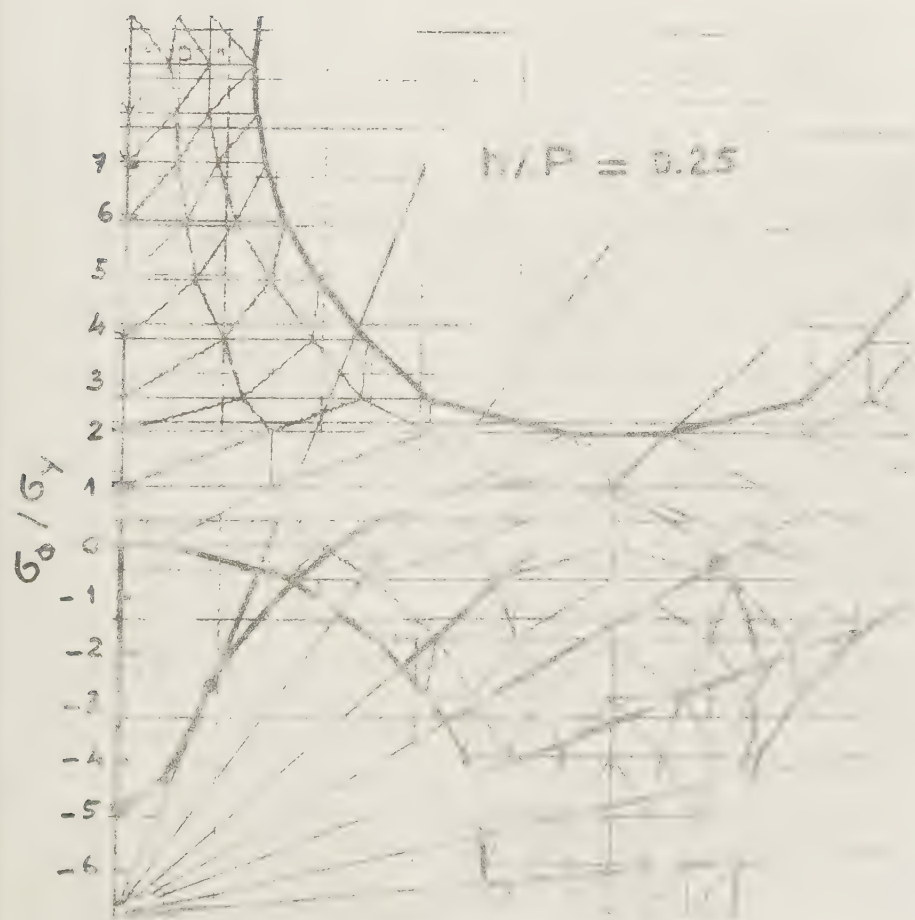


Fig. 1-10.c-

Distribution de
contrainte au
bord des trous.
 $h/P = 0,25$



Les autres cas sont déduits des résultats du premier cas par superposition . Ceci est possible grâce à la symétrie de la figure et du chargement. Ainsi :

$$\left[\frac{\sigma_{\phi}}{\sigma_x} \right]_{y=0} = \frac{1}{3} \left[- \frac{\sigma_{\phi}}{\sigma_y} + 2 \frac{\sigma_{\phi+\pi/3}}{\sigma_y} + 2 \frac{\sigma_{\phi-\pi/3}}{\sigma_y} \right]_{x=0} \dots (1-11)$$

$$\left[\frac{\sigma_{\phi}}{\sigma_y} \right]_{x=y} = \frac{2}{3} \left[\frac{\sigma_{\phi}}{\sigma_y} + \frac{\sigma_{\phi+\pi/3}}{\sigma_y} + \frac{\sigma_{\phi-\pi/3}}{\sigma_y} \right]_{x=0} \dots (1-12)$$

$$\left[\frac{\sigma_{\phi}}{\sigma_y} \right]_{x=-y} = \frac{2}{3} \left[2 \frac{\sigma_{\phi}}{\sigma_y} - \frac{\sigma_{\phi+\pi/3}}{\sigma_y} - \frac{\sigma_{\phi-\pi/3}}{\sigma_y} \right]_{x=0} \dots (1-13)$$

Les facteurs de majoration de contrainte les plus élevés pour chaque cas de chargement et pour diverses plaques sont donnés dans le tableau 1-2 .

Tableau 1-2

$\frac{h}{P}$	$\left[\frac{\sigma_{\phi}}{\sigma_y} \right]_{x=0}$	$\left[\frac{\sigma_{\phi}}{\sigma_x} \right]_{y=0}$	$\left[\frac{\sigma_{\phi}}{\sigma_y} \right]_{x=y}$	$\left[\frac{\sigma_{\phi}}{\sigma_y} \right]_{x=-y}$
1	3	3	2	4
0.50	3.38	4.37	3.00	5.87
0.35	4.26	6.33	3.53	9.33
0.25	5.88	9.47	4.53	14.27

1-4.3. Distribution de contrainte le long de la section
minimale de ligament .

La méthode des éléments finis donne directement
les contraintes σ_x et σ_y (Fig.1-11. a-b etc)

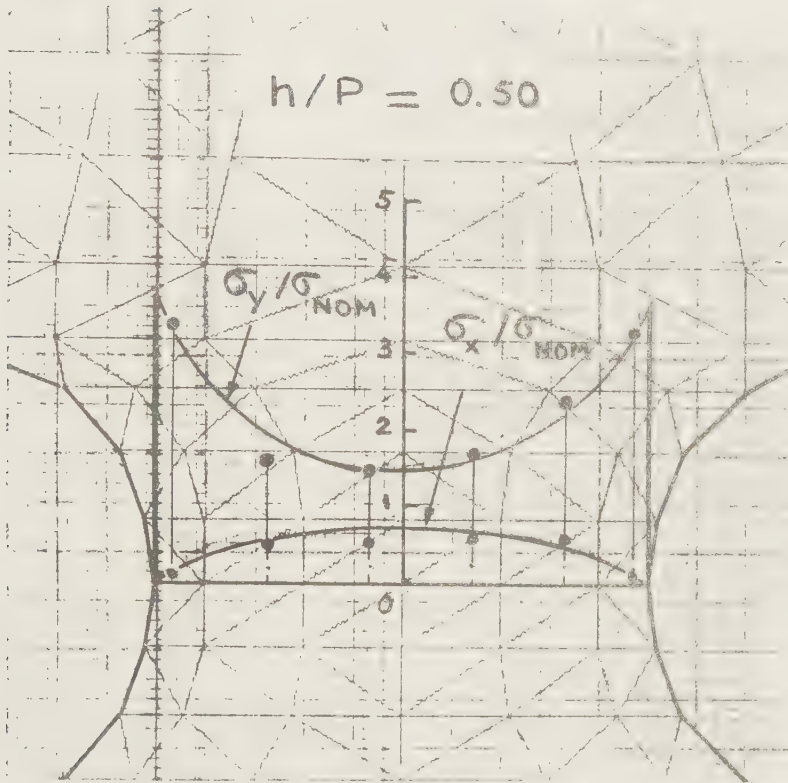


Fig. 1-11.a-
h/P = 0,50

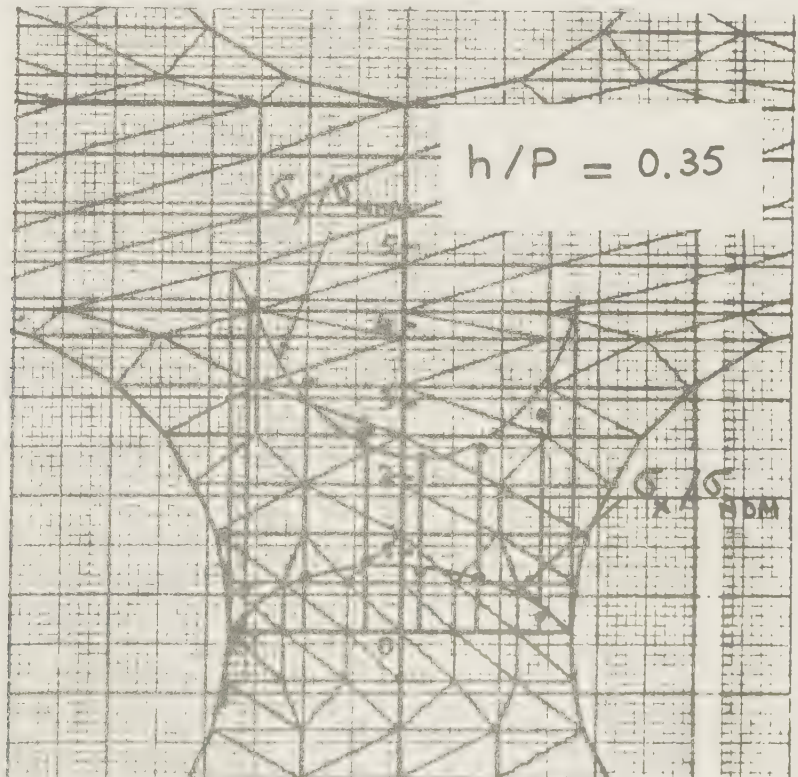


Fig. 1-11.b-
h/P = 0,35

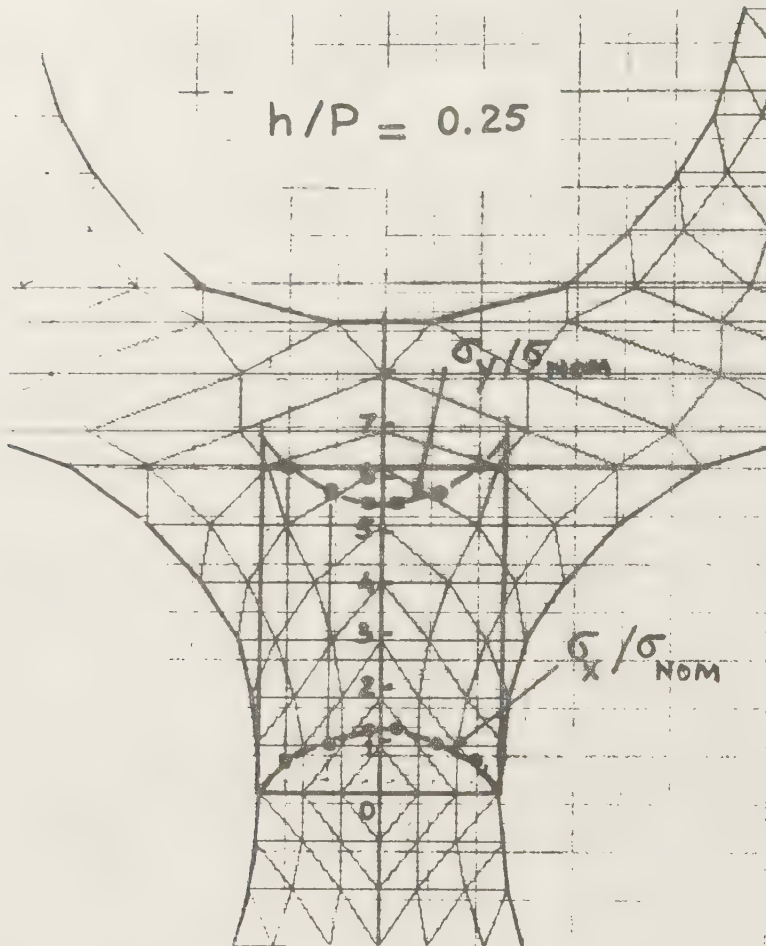


Fig. 1-11.c-
 $h/P = 0,25$

1-5- COMPARAISON DES DIVERS RESULTATS .

Les résultats obtenus par la présente méthode (éléments finis) sont comparés avec ceux d'O'DONNELL (photoélasticité) et de MEIJERS (théoriques).

1-5.1. Constantes élastiques équivalentes .

Les constantes élastiques équivalentes trouvées par la méthode des éléments finis coïncident avec les résultats théoriques de MEIJERS. Les valeurs trouvées par O'DONNELL sont de 10% inférieures (Fig. 1-12)

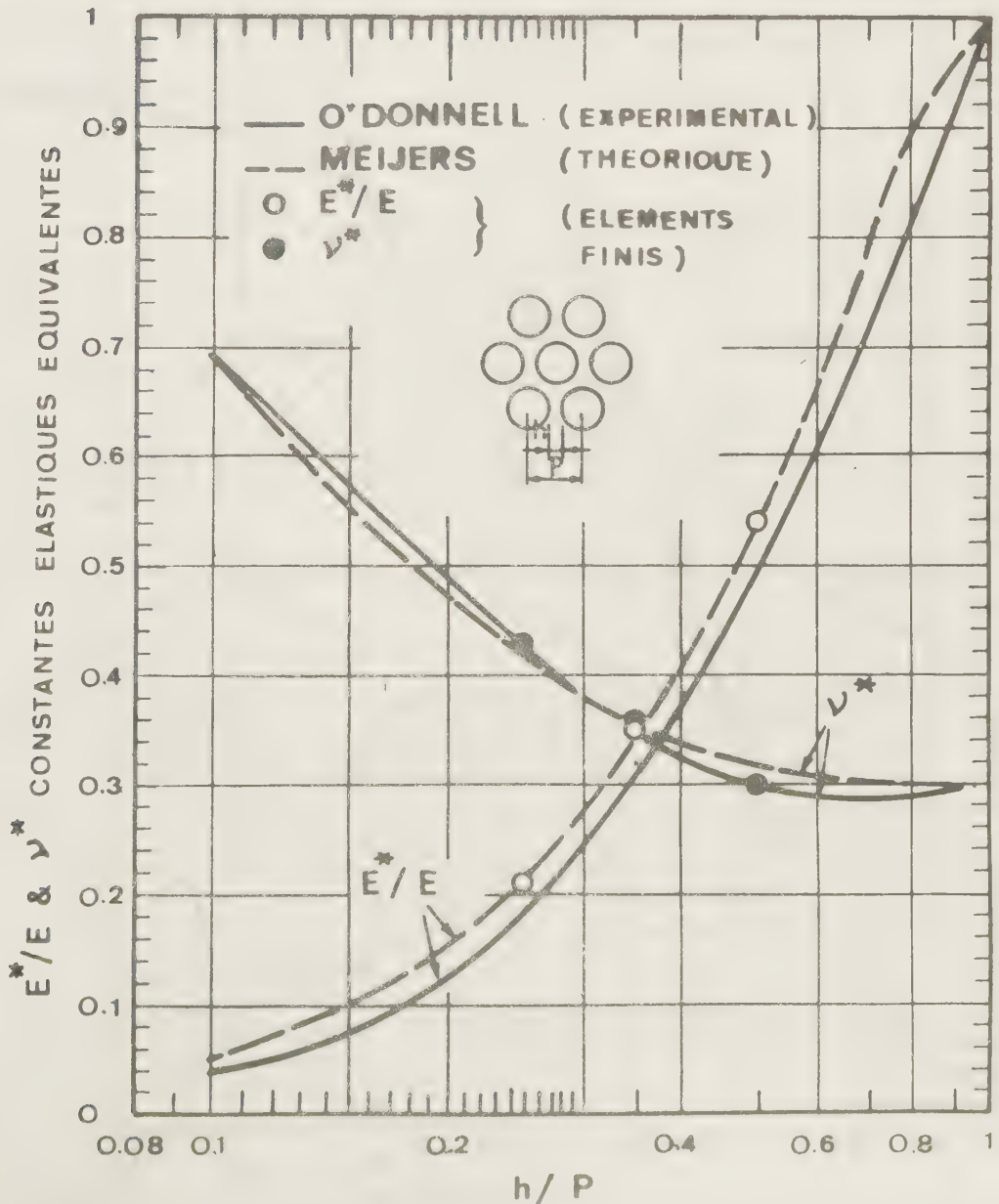


FIG. 1-12. Comparaison des résultats théoriques

1-5.2. Distribution des contraintes au bord des trous .

La figure 1-13 montre qu'il y a une bonne concordance pour $h/P = 0,50$. Par contre, pour $h/P = 0,25$, la méthode des éléments finis donne une contrainte pour une position angulaire $\phi = 60^\circ$.

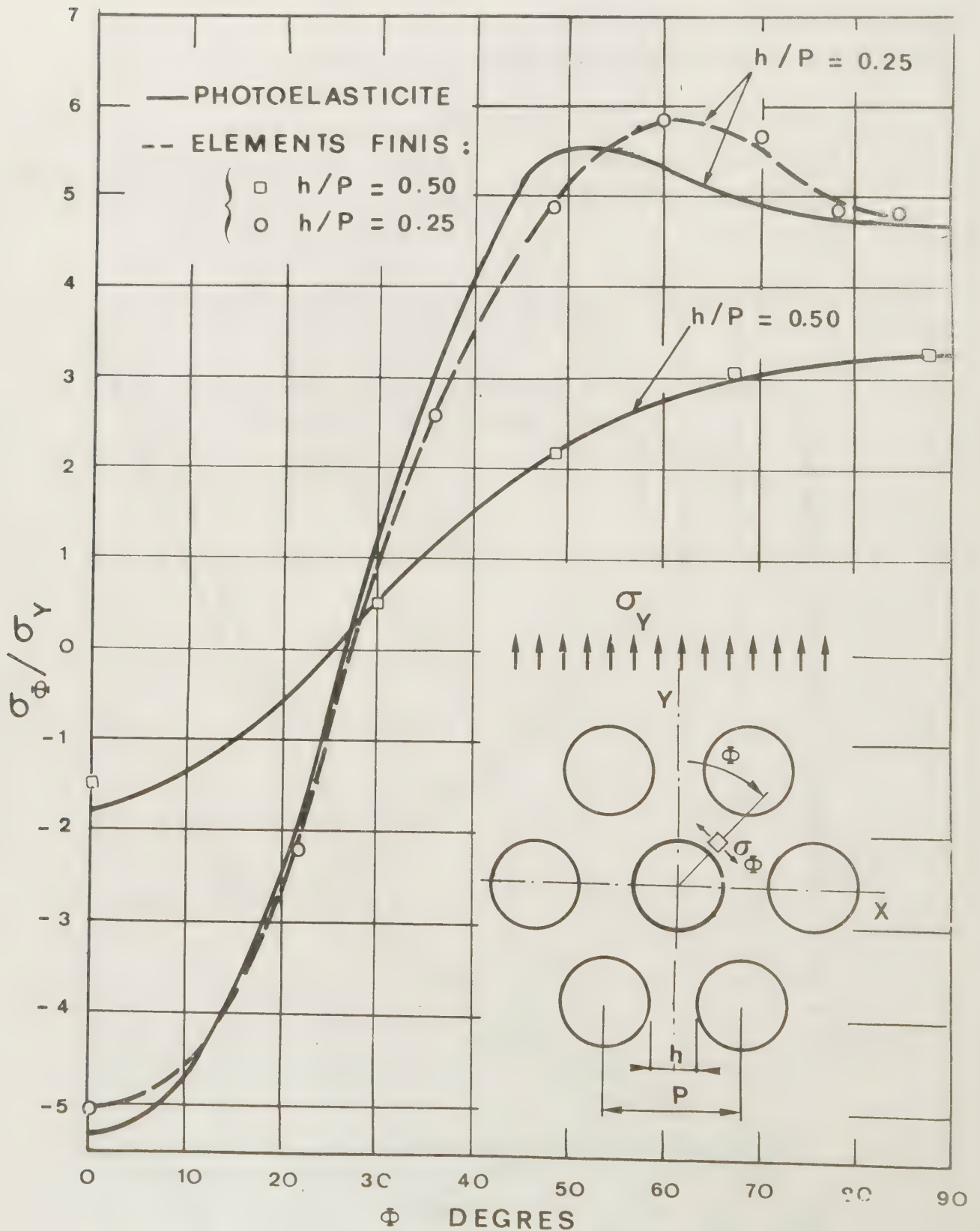


FIG 1-13

Comparaison des divers résultats.

1-5.3. Facteur de majoration de contrainte .

La figure 1-14 montre que dans l'ensemble les valeurs trouvées par MEIJERS et par la méthode des éléments finis sont très légèrement inférieures à celles obtenues par O'DONNELL.

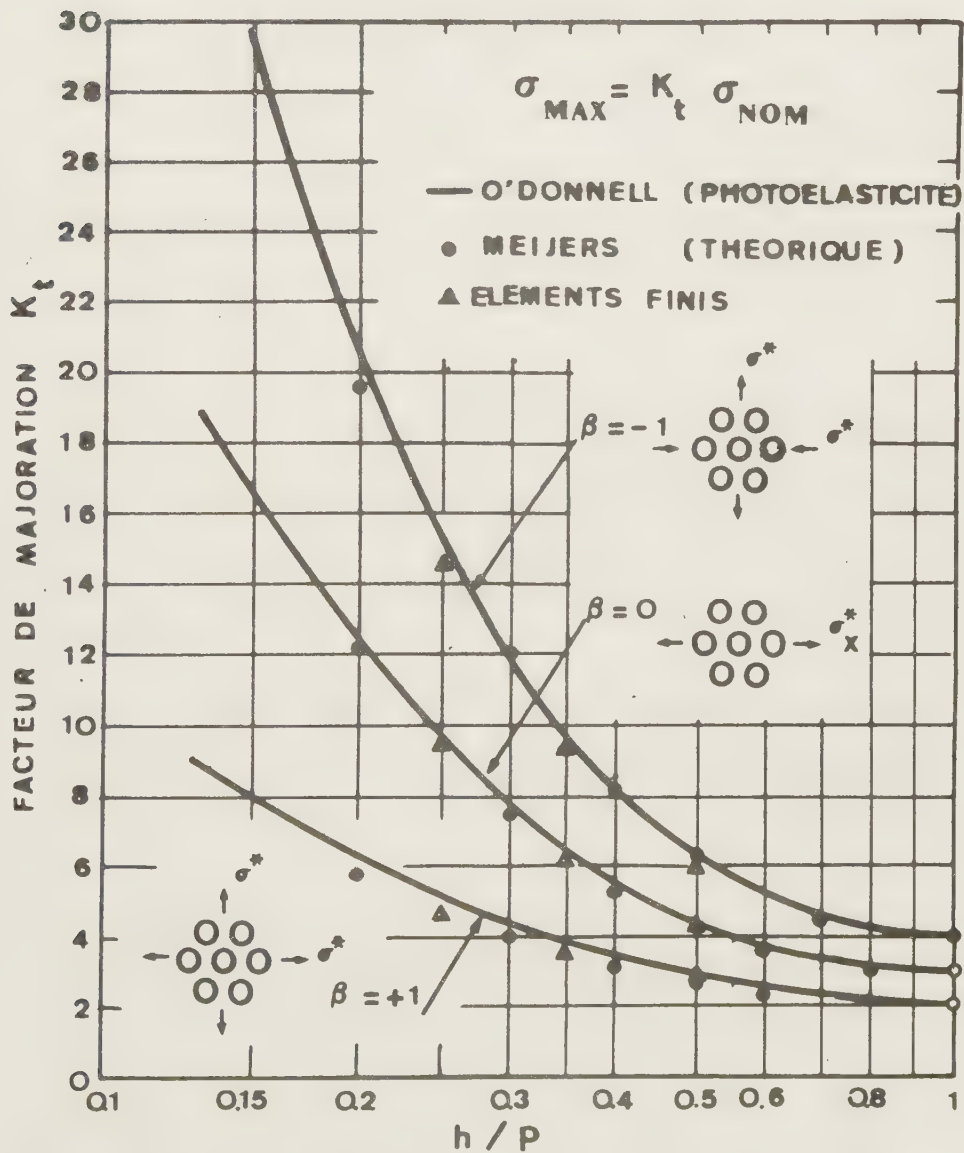


Fig. 1-14.

Comparaison des divers résultats.



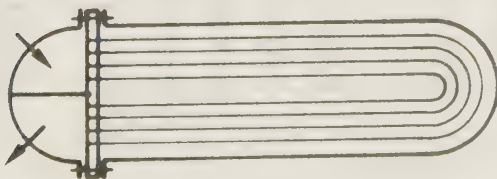
Chapitre 2

METHODE MATRICIELLE D'ANALYSE DES ECHANGEURS DE CHALEUR A TUBES EN U

Comme la plaque tubulaire fait généralement partie d'une structure, nous exposons, en premier lieu, une méthode de détermination de l'équation matricielle caractérisant l'échangeur et permettant l'obtention des forces de discontinuité.

Nous donnons ensuite les éléments nécessaires au calcul des contraintes et les déformations de la plaque tubulaire, ainsi que la limite prescrite des diverses contraintes selon le code ASME actuellement en vigueur.

Pour différencier les différentes sortes de contraintes, nous calculons séparément les contraintes dues à la pression et à la température. Les états de contrainte résultants sont obtenus par superposition.



ECHANGEUR A
TUBES EN U

FIG. 2-0

2.1. EQUATION MATRICIELLE DE L'ECHANGEUR SOUS L'ACTION DE LA PRESSION

Les capacités sous pression contiennent généralement des zones où il y a un changement brusque de forme géométrique, de matériau ou de chargement. Ces zones sont appelées "zones de discontinuité" où se développent des "forces de discontinuité" pour satisfaire aux conditions de compatibilité des déformations de ces régions.

2 - 1.1 Principe de la méthode matricielle.

La méthode utilisée est la "Méthode de Flexibilité".

L'échangeur (fig. 2 - 1) est décomposé au droit des zones de discontinuité en éléments simples pour lesquels on sait calculer les contraintes et les déformations sous les chargements donnés (fig. 2 - 2).

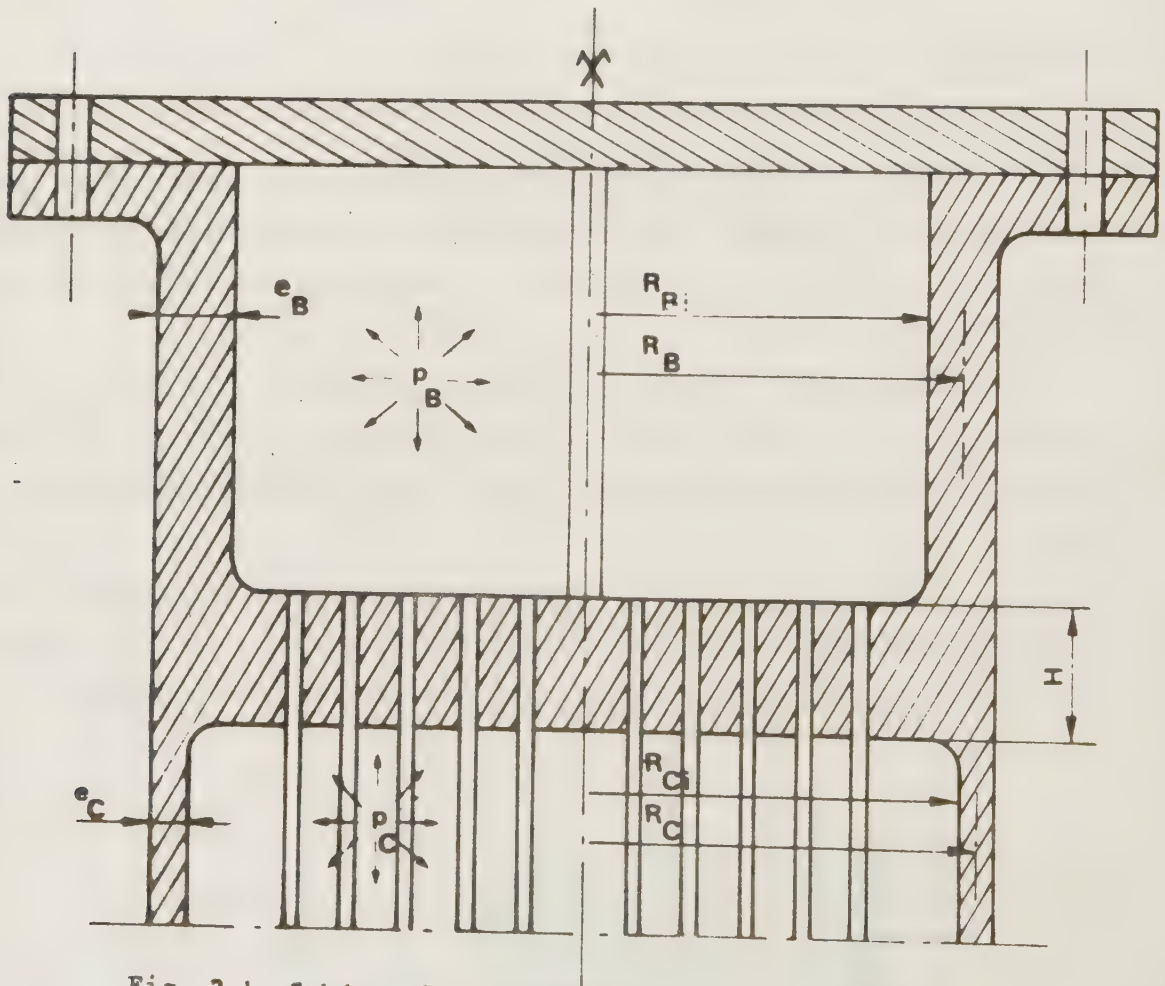


Fig. 2-1. Schéma d'un échangeur.

Sous l'effet de la pression, les différents éléments se déforment, mais pas de la même façon. Pour maintenir la continuité, on introduit les forces et les moments inconnus dits "forces de discontinuité", aux jonctions (fig. 2 - 2).

Jonction (1) :

M_1 = moment de flexion par unité de longueur.

N_1 = effort normal par unité de longueur.

Q_1 = effort tranchant par unité de longueur.

Jonction (2) : M_2 N_2 Q_2

Jonction (3) : M_3 N_3 Q_3

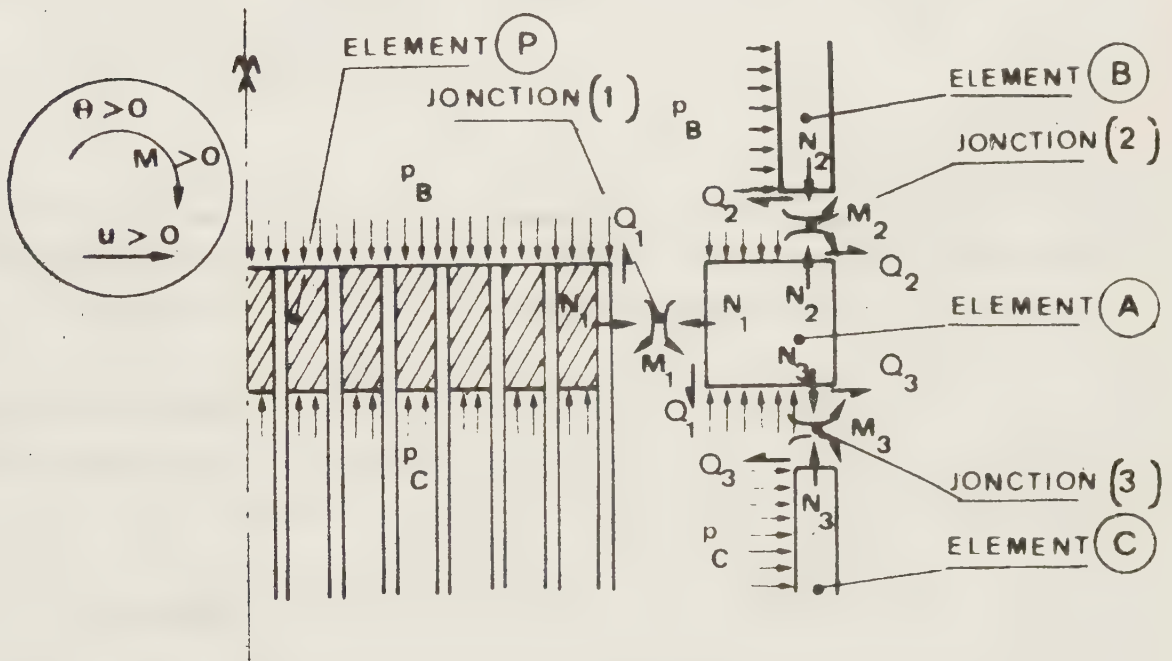


Fig. 2-2. Décomposition en éléments simples.

Chaque élément est caractérisé par une matrice de flexibilité définie par :

$$[D] = [A] [F] \quad \dots (2-1)$$

$[D]$ = matrice de déformations.

$[F]$ = matrice de forces.

$[A]$ = matrice de flexibilité.

En désignant par :

$[D] = \begin{bmatrix} u \\ \theta \end{bmatrix}$ la matrice de déformations dues aux forces de discontinuité,

et $[D^0] = \begin{bmatrix} u^0 \\ \theta^0 \end{bmatrix}$ la matrice de déformations dues à la pression,

la déformation totale s'écrit :

$$[D] + [D^0] = \begin{bmatrix} u \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u^0 \\ \theta^0 \end{bmatrix} \quad \dots (2-2)$$

La condition de continuité des déformations de 2 éléments voisins (A) et (B) à la jonction (j) se traduit par l'équation matricielle suivante :

$$[D_{Aj}] - [D_{Bj}] = [D_{Bj}^0] - [D_{Aj}^0] \quad \dots (2-3)$$

où $j = 1, 2, 3 \dots$

L'ensemble des conditions de compatibilité des déformations et des conditions d'équilibre permet d'établir l'équation matricielle caractérisant l'échangeur et donnant les forces de discontinuité inconnues.

Connaissant les forces et les moments aux jonctions, les différents éléments sont traités séparément. Les contraintes et les déformations ainsi trouvées sont celles de la structure dans son ensemble.

2 - 1.2 Matrices de flexibilité de divers éléments.

Les conditions d'équilibre permettent d'obtenir immédiatement :

$$Q_1 = \frac{R^*}{2} (P_B - P_C) \quad \dots (2-4)$$

$$N_2 = \frac{P_B}{2} \frac{R_{Bi}^2}{R_B} \quad \dots (2-5)$$

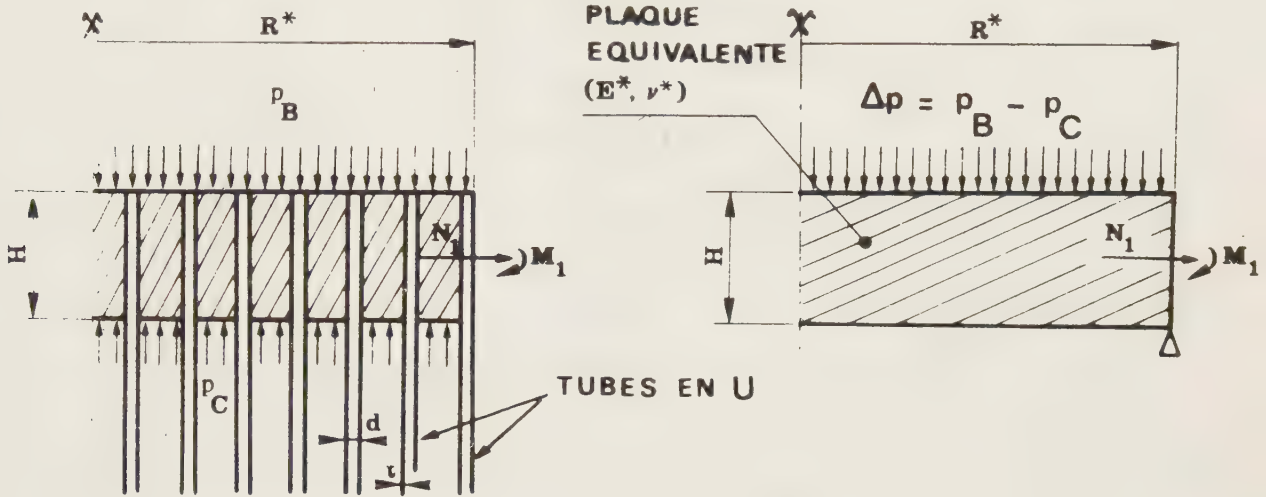
$$N_3 = \frac{P_C}{2} \frac{R_{Ci}^2}{R_C} \quad \dots (2-6)$$

P_B = pression du côté tête d'échangeur

P_C = pression du côté virrole.

2 - 1.2.1. Matrice de flexibilité de la plaque tubulaire.

Dans un échangeur à tubes en U, la plaque tubulaire comporte généralement une bande diamétrale non percée. L'étude photoélastique par figeage a montré que l'influence de cette bande non percée sur la contrainte et la déformation de la plaque tubulaire est négligeable [7]. On peut donc, dans l'analyse de structure, supposer cette zone complètement percée (fig. 2-3).



(a) CAS REEL

(b) SCHEMA EQUIVALENT DE CALCUL

FIG 2-3

La déformation due à la pression est :

$$\begin{bmatrix} D_{P1}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{P1}^0 \\ \theta_{P1}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\nu R^*}{E} \frac{P_B + P_C}{2} \\ -\frac{3}{2} \frac{R^{*3}}{E^* H^3} (1-\nu) (P_B - P_C) \end{bmatrix} \quad \dots (2-7)$$

La déformation totale du bord de la plaque (P) et à la jonction (1)

$$\begin{bmatrix} D_{P1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{P1}^0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} D_{P1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{P1} \\ \theta_{P1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R^*}{E^* H} (1-\nu^*) & 0 \\ 0 & \frac{12 R^*}{E^* H^3} (1-\nu^*) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ M_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\nu R^*}{E} \frac{(P_B + P_C)}{2} \\ -\frac{3}{2} \frac{R^{*3}}{E^* H^3} (1-\nu^*) (P_B - P_C) \end{bmatrix}$$

--- (2-8)

2 - 1.2.2. Matrice de flexibilité du bord non percé.

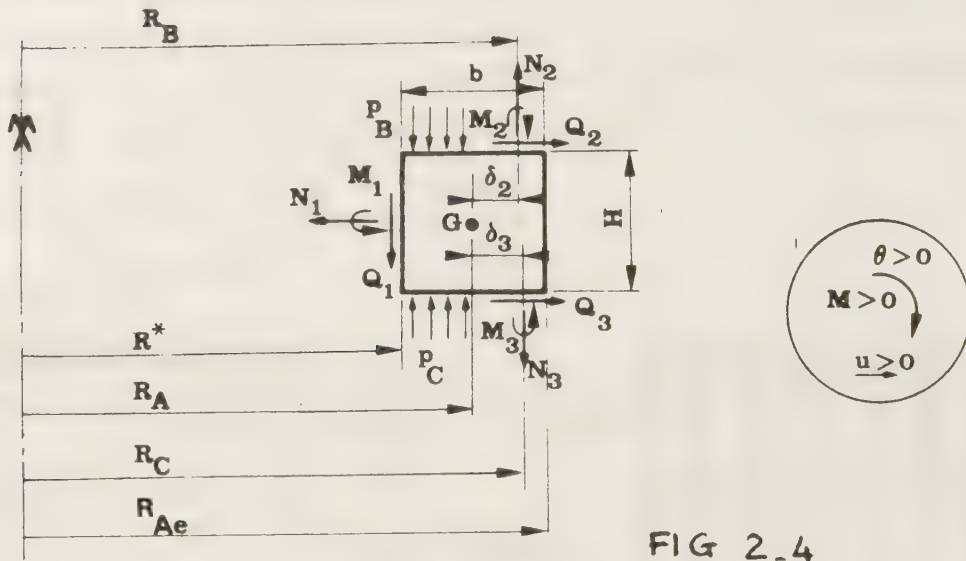


FIG 2.4

Le bord non percé est traité comme un anneau (fig. 2-4).

Pour calculer le déplacement radial de l'anneau, on peut considérer que celui-ci est soumis à la pression P_{R^*} à la paroi intérieure et P_{RAe} à la paroi extérieure, telle que :

$$P_{R^*} = \frac{N_1}{H} \quad P_{RAe} = \frac{Q_2 + Q_3}{H}$$

Le déplacement radial dû aux pressions d'un point quelconque k de l'anneau est :

$$u_{Ak} = \left(\frac{1-\nu}{EH} \right) \frac{-R^{*2} N_1 + R_{Ae}^2 (Q_2 + Q_3)}{R_{Ae}^2 - R^{*2}} r_k + \left(\frac{1+\nu}{EH} \right) \frac{R^{*2} R_{Ae}^2 (Q_2 + Q_3 - N_1)}{(R_{Ae}^2 - R^{*2})} r_k$$

--- (2.9)

La rotation de l'anneau est :

$$\theta_A = S_A \left[-M_1 + M_2 - M_3 - Q_1 \frac{b}{2} + (Q_2 - Q_3) \frac{H}{2} - N_2 \delta_2 + N_3 \delta_3 - p_B (b - e_B) \frac{e_B}{2} + p_C (b - e_C) \frac{e_C}{2} \right]$$

--- (2-10)

où S_A = souplesse de l'anneau

$$S_A = \frac{12 R_A}{E H^3 \text{Log} \frac{R_{Ae}}{R^*}} \quad \dots (2-11)$$

Aux jonctions (2) et (3), on a respectivement :

$$U_{A2} = U_{AG} + \theta_A \frac{H}{2} \quad \dots (2-12)$$

$$U_{A3} = U_{AG} - \theta_A \frac{H}{2} \quad \dots (2-13)$$

La déformation totale de l'anneau s'écrit :

$$[D_A] = [A_A] + [F_A] + [D_A^0] \quad \dots (2-14)$$

$$[D_A] = \begin{bmatrix} U_{A1} \\ U_{A2} \\ U_{A3} \\ \theta_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 & a_{15} & 0 \\ a_{21} & -S_A \left(\frac{H}{2}\right) & S_A \left(\frac{H}{2}\right)^2 + a' & S_A \left(\frac{H}{2}\right) & -S_A \left(\frac{H}{2}\right)^2 + a' & -S_A \left(\frac{H}{2}\right) \\ a_{31} & S_A \left(\frac{H}{2}\right) & -S_A \left(\frac{H}{2}\right)^2 + a' & -S_A \left(\frac{H}{2}\right) & S_A \left(\frac{H}{2}\right)^2 + a' & S_A \left(\frac{H}{2}\right) \\ 0 & -S_A & S_A \left(\frac{H}{2}\right) & S_A & -S_A \left(\frac{H}{2}\right) & -S_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \\ Q_3 \\ M_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{H}{2} \theta_A^0 \\ -\frac{H}{2} \theta_A^0 \\ \theta_A^0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = -\frac{R^*}{EH} \left(\frac{R^{*2} + R_{Ae}^2}{R_{Ae}^2 - R^{*2}} + \nu \right) \quad \dots (2-14.a)$$

$$a_{13} = a_{15} = \frac{2}{EH} \left(\frac{R^* R_{Ae}^2}{R_{Ae}^2 - R^{*2}} \right) \quad \dots (2-14.b)$$

$$a_{21} = a_{31} = \frac{1}{EH} \frac{R^{*2}}{(R_{Ae}^2 - R^{*2})} \left[(1-\nu)(-R_A) + (1+\nu) \frac{R_{Ae}^2}{R_A} \right] \quad \dots (2-14.c)$$

$$a' = \frac{1}{EH} \frac{R^{*2}}{(R_{Ae}^2 - R^{*2})} \left[(1-\nu) R_A \left(\frac{R_{Ae}}{R^*} \right)^2 + (1+\nu) \frac{R_{Ae}^2}{R_A} \right] \quad \dots (2-14.d)$$

$$\theta_A^0 = -(p_B - p_C) \left(\frac{b}{4} \right) R^* - \frac{p_B}{2} \frac{R_{Bi}^2}{R_B} \delta_2 + \frac{p_C}{2} \frac{R_{Ci}^2}{R_C} \delta_3 - p_B (b - e_B) \frac{e_B}{2} + p_C (b - e_C) \frac{e_C}{2} \quad \dots (2-14.e)$$

2 - 1.2.3. Matrice de flexibilité de la tête d'échangeur.

La tête d'échangeur est supposée ayant une forme cylindrique (Fig. 2-2). Le cas d'une demi-sphère sera traité dans le prochain chapitre. Dans un cylindre, l'effet de discontinuité est rapidement amorti à partir de la discontinuité. Pour cette raison, la tête d'échangeur peut être considérée comme un cylindre semi-infini.

La déformation due à la pression est :

$$\begin{bmatrix} D_{B2}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{B2}^0 \\ \theta_{B2}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{p_B R_B^2}{2 E e_B} (2-\nu) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{--- (2-15)}$$

La déformation totale du bord à la jonction (2) est :

$$\begin{bmatrix} D_{B2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{B2}^0 \end{bmatrix} \quad \text{--- (2-16)}$$

$$\begin{bmatrix} D_{B2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_B \\ \theta_{B2} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{2\lambda_B}{k_B} & \frac{2\lambda_B^2}{k_B} \\ \frac{2\lambda_B^2}{k_B} & -\frac{4\lambda_B^3}{k_B} \end{bmatrix}}_{\text{matrice de flexibilité } A_B} \begin{bmatrix} Q_2 \\ M_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{p_B R_B^2}{2 E e_B} (2-\nu) \\ 0 \end{bmatrix}$$

matrice de flexibilité A_B

k_B = module de fondation

$$k_B = \frac{E e_B}{R_B^2}$$

λ_B = constante de coque

$$\lambda_B = \left[\frac{3(1-\nu^2)}{R_B^2 e_B^2} \right]^{\frac{1}{4}}$$

2 - 1.2.4. Matrice de flexibilité de la virole.

La virole a une forme cylindrique (fig. 2-2).

La déformation due à la pression est :

$$\begin{bmatrix} D_{c3}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{c3}^0 \\ \theta_{c3}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{p_c R_c^2}{2 E e_c} (2 - \nu) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{---(2-17)}$$

La déformation totale du bord à la jonction (3) est :

$$\begin{bmatrix} D_{c3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{c3}^0 \end{bmatrix} \quad \text{---(2-18)}$$

$$\begin{bmatrix} D_{c3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{c3} \\ \theta_{c3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2\lambda_c}{k_c} & \frac{2\lambda_c^2}{k_c} \\ -\frac{2\lambda_c^2}{k_c} & \frac{4\lambda_c^3}{k_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_3 \\ M_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{p_c R_c^2}{2 E e_c} (2 - \nu) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$k_c = \frac{E e_c}{R_c^2}$$

$$\lambda_c = \left[\frac{3(1 - \nu^2)}{R_c^2 e_c^2} \right]^{\frac{1}{4}}$$

2 - 1.3. Formation de l'équation matricielle de l'échangeur.

L'équation matricielle de l'échangeur (tableau 2 - 1) est obtenue à partir des conditions de compatibilité de déformations et des conditions d'équilibre conformément au principe exposé dans le § 2-1.1.

Tableau 2-1. Equation matricielle d'un échangeur à tubes en U.

$$\begin{bmatrix}
 \frac{R^*}{E^*H} (1-\nu^*) - a_{11} & 0 & -a_{13} & 0 & -a_{15} & 0 \\
 0 & \frac{12R^*}{E^*H^3} (1-\nu^*) + S_A & -S_A \left(\frac{H}{2}\right) & -S_A & S_A \left(\frac{H}{2}\right) & S_A \\
 -a_{21} & S_A \left(\frac{H}{2}\right) & \left\{ -\frac{2\lambda_B}{k_B} - S_A \left(\frac{H}{2}\right)^2 + a' \right\} & \frac{2\lambda_B}{k_B} - S_A \left(\frac{H}{2}\right)^2 - a' & S_A \left(\frac{H}{2}\right) & S_A \left(\frac{H}{2}\right) \\
 0 & S_A & \frac{2\lambda_B}{k_B} - S_A \left(\frac{H}{2}\right) & -\frac{4\lambda_B}{k_B} - S_A & S_A \left(\frac{H}{2}\right) & S_A \\
 -a_{31} & -S_A \left(\frac{H}{2}\right) & S_A \left(\frac{H}{2}\right)^2 - a' & S_A \left(\frac{H}{2}\right) & \left\{ -\frac{2\lambda_C}{k_C} - S_A \left(\frac{H}{2}\right)^2 + a' \right\} & \frac{2\lambda_C}{k_C} - S_A \left(\frac{H}{2}\right) \\
 0 & S_A & -S_A \left(\frac{H}{2}\right) & -S_A & -\frac{2\lambda_C}{k_C} + S_A \left(\frac{H}{2}\right) & \frac{4\lambda_C}{k_C} + S_A
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 N_1 & M_1 & Q_2 & M_2 & Q_3 & M_3
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 -\frac{\nu R^*}{E} \left(\frac{p_B + p_C}{2} \right) \\
 \theta_A^0 + \frac{3}{2} \frac{R^{*3}}{E^{*H^3}} (1-\nu^*) (p_B - p_C) \\
 \frac{H}{2} \theta_A^0 - \frac{p_B R_B^2}{2Ee_B} (2-\nu) \\
 \theta_A^0 \\
 -\frac{H}{2} \theta_A^0 - \frac{p_C R_C^2}{2Ee_C} (2-\nu) \\
 \theta_A^0
 \end{bmatrix}$$

2 - 2. CONTRAINTES DANS LA PLAQUE TUBULAIRE SOUS L'ACTION DE LA PRESSION.

Les contraintes calculées dans la plaque équivalente (fig. 2-5) sont des contraintes nominales. Pour avoir les diverses contraintes dans la plaque percée réelle, on multiplie les contraintes nominales par des facteurs multiplicateurs.

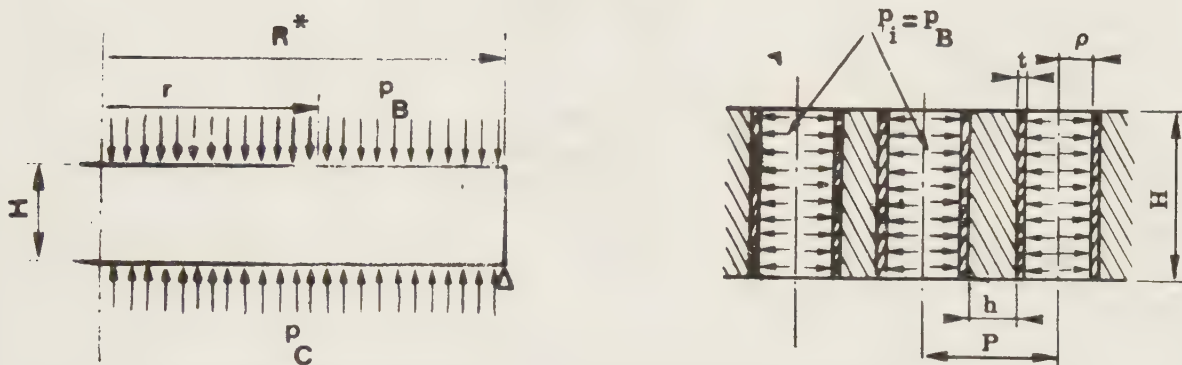


FIG 2.5

Le critère de plasticité adopté par le code ASME [11] est le critère de cisaillement maximum de TRESCA. Selon ce critère, la limite élastique est atteinte en un point donné, quand la plus grande différence algébrique de 2 des 3 contraintes principales est égale à la limite élastique σ_E du matériau, soit :

$$(\sigma_i - \sigma_j)_{\max} = \sigma_E$$

La quantité $(\sigma_i - \sigma_j)_{\max}$ est appelée "intensité de contrainte" S .

2 - 2.1. Intensité de contrainte basée sur la moyenne des contraintes sur toute l'épaisseur de la plaque et le long de la largeur minimale de ligament.

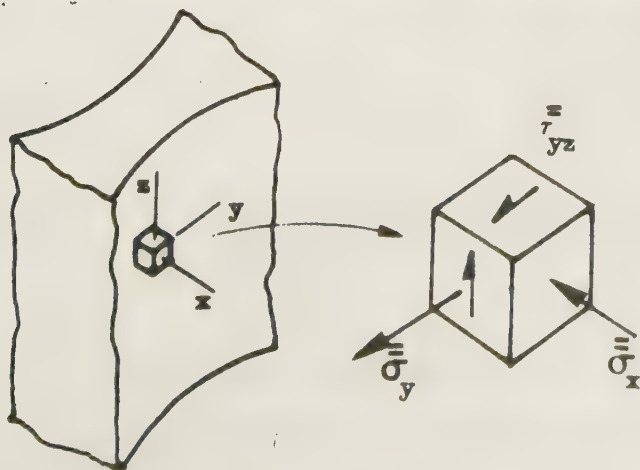


FIG 2-6

L'état de contrainte au point considéré est défini par le tenseur :

$$\bar{T} = \begin{vmatrix} \bar{\sigma}_x & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\sigma}_y & \bar{\tau}_{yz} \\ 0 & \bar{\tau}_{yz} & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -P_B & 0 & 0 \\ 0 & \frac{P}{h} \sigma^* & \frac{1}{2} \left(\frac{P}{h} \right) \left(\frac{R^*}{H} \right) \Delta P \\ 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{P}{h} \right) \left(\frac{R^*}{H} \right) \Delta P & 0 \end{vmatrix} \quad \dots (2-19)$$

avec
$$\sigma^* = \frac{N_1}{H} + \frac{h}{P} \frac{P - h - 2t}{h + 2(E_t/E)t} P_B$$

$$\Delta P = P_B - P_c$$

On a 2 cas selon les valeurs de P_B ; on prendra le plus grand diamètre du cercle de Mohr qui représente l'intensité de contrainte S (fig.2-7).

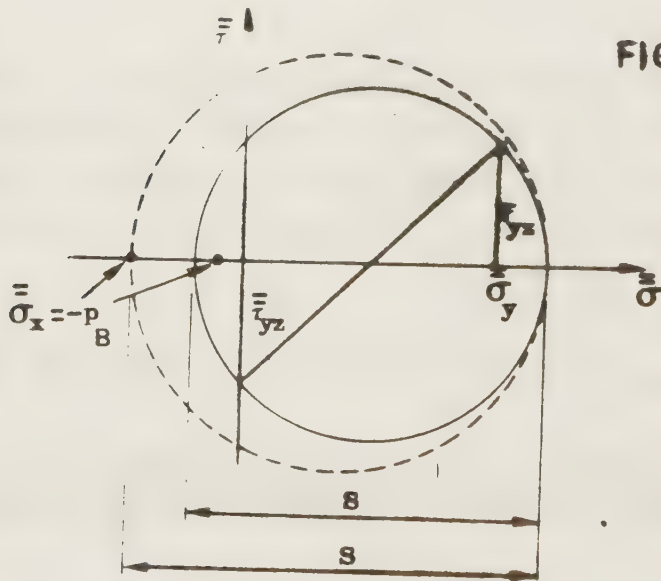


FIG.2-7

$$S = \frac{P}{h} \sqrt{\frac{\Delta P \cdot R^*}{H} + \sigma^{*2}} \quad \dots (2-20)$$

$$S = \frac{P}{h} \left[\sqrt{\frac{\Delta P \cdot R^*}{H} + \sigma^{*2}} + \sigma^* + \frac{2P_B h}{P} \right] \quad \dots (2-21)$$

L'intensité de contrainte S ainsi trouvée est limitée à

$$S_m = \frac{2}{3} \sigma_E \quad (\text{code ASME - article 4 - conception}) \quad [11]$$

2 - 2.2. Intensité de contrainte à la surface de la plaque basée sur la moyenne des contraintes le long de la largeur minimale de ligament.

L'intensité à la surface a été analysée par O'DONNELL [3]

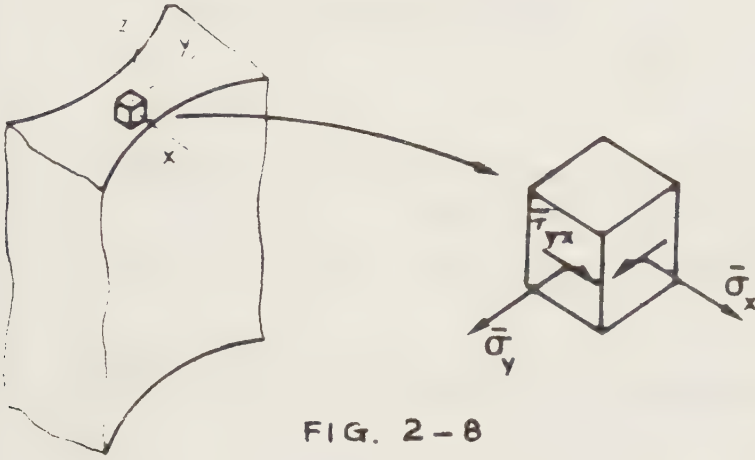


FIG. 2-8

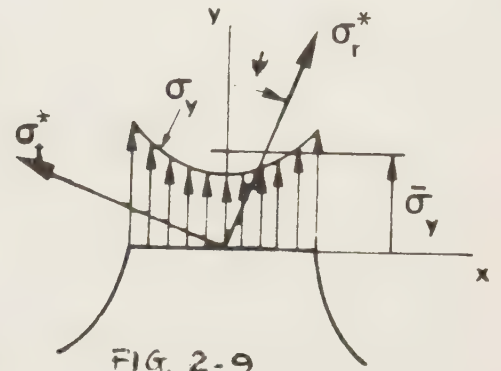


FIG. 2-9

L'état de contrainte est défini par le tenseur:

$$\bar{T} = \begin{vmatrix} \bar{\sigma}_x & \bar{\tau}_{xy} & 0 \\ \bar{\tau}_{yx} & \bar{\sigma}_y & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\sigma}_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \frac{P}{h} (\sigma_r^* - \sigma_t^*) \sin \psi \cos \psi & 0 \\ \frac{P}{h} (\sigma_r^* - \sigma_t^*) \sin \psi \cos \psi & \frac{P}{h} (\sigma_r^* \cos^2 \psi + \sigma_t^* \sin^2 \psi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

... (2-22)

Le cercle de Mohr correspondant à cet état de contrainte est (fig.2-10) :

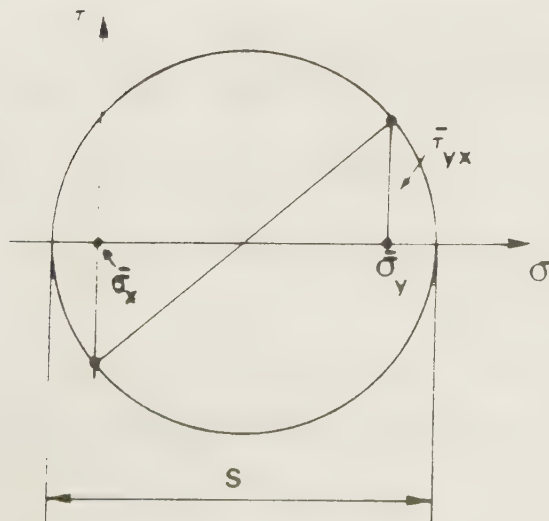


FIG 2-10

On a
$$S = 2 \tau_{\max} = 2 \sqrt{\left(\frac{\bar{\sigma}_y}{2}\right)^2 + \bar{\tau}_{xy}^2}$$

S est ainsi fonction de Ψ , et devient maximal, lorsque

$$\frac{dS}{d\Psi} = 0$$

L'intensité de contrainte ainsi obtenue est mise sous forme

$$S = K \frac{P}{h} \sigma^* \quad \text{---(2-23)}$$

dans laquelle

K = facteur multiplicateur de contrainte, fonction de la biaxialité β
(fig. 2 - 11)

$$\beta = \frac{\sigma_r^*}{\sigma_t^*} \quad \text{ou} \quad \frac{\sigma_t^*}{\sigma_r^*} \quad \text{tel que} \quad -1 \leq \beta \leq 1$$

σ^*
 σ^* = contrainte principale ayant la plus grande valeur absolue
des contraintes nominales σ_r^* ou σ_t^*
trouvées dans la plaque équivalente (fig.2 - 5) :

$$\sigma_r^* = \frac{N_1}{H} \pm \frac{6M_1}{H^2} + \frac{3}{8} \left(\frac{R^*}{H}\right)^2 (3 + \nu^*) \left[1 - \left(\frac{r}{R^*}\right)^2\right] \Delta p + \frac{h}{P} \frac{P - h - 2t}{\left(h + 2 \frac{E_r}{E} t\right)} P_B \quad \text{---(2-24)}$$

$$\sigma_t^* = \frac{N_1}{H} \pm \frac{6M_1}{H^2} + \frac{3}{8} \left(\frac{R^*}{H}\right)^2 (3 + \nu^*) \left[1 - \frac{1 + 3\nu^*}{3 + \nu^*} \left(\frac{r}{R^*}\right)^2\right] \Delta p + \frac{h}{P} \frac{P - h - 2t}{\left(h + 2 \frac{E_r}{E} t\right)} P_B \quad \text{---(2-25)}$$

L'intensité de contrainte $S = K \frac{P}{h} \sigma^*$ est limitée à $1,5 S_m$ [11]

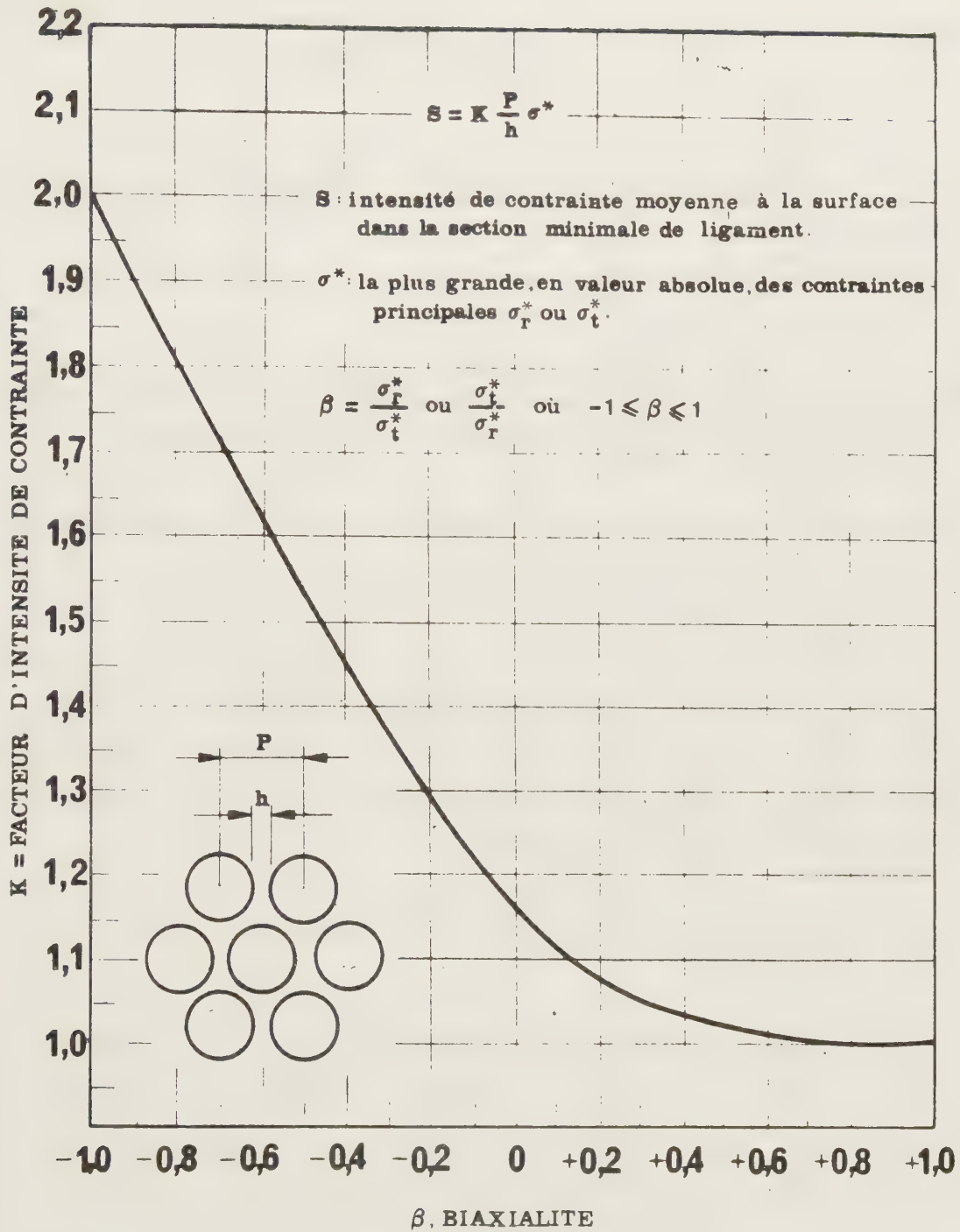
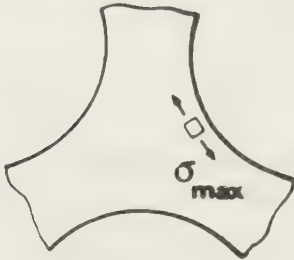


Fig. 2-11. Facteur d'intensité de contrainte à la surface de la plaque .

2 - 2.3. Intensité de contrainte maximale au bord des trous et à la surface de la plaque.

FIG. 2-12



La contrainte maximale au bord des trous est mise sous forme :

$$\sigma_{\max} = Y_{\max} \frac{P}{h} \sigma^* \quad \text{---(2-24)}$$

dans laquelle :

σ^* = contrainte principale ayant la plus grande valeur absolue des contraintes σ_r^* et σ_t^* calculées dans la plaque équivalente.

$Y_{\max}$ = facteur de majoration de contrainte, fonction de la biaxialité β

$$\beta = \frac{\sigma_r^*}{\sigma_t^*} \text{ ou } \frac{\sigma_t^*}{\sigma_r^*} \text{ tel que } -1 \leq \beta \leq 1 \quad (\text{fig. 2-13})$$

Les courbes en trait plein de la fig. 2-13 donnent les facteurs de majoration de contrainte pour une orientation la plus défavorable de σ_r^* et σ_t^* par rapport aux axes de symétrie x et y. Pour des valeurs intermédiaires de β on détermine $Y_{\max}$ par interpolation linéaire, car toutes les contraintes varient linéairement avec la biaxialité β .

L'intensité de contrainte maximale S est :

$$S = Y_{\max} \frac{P}{h} \sigma^* + P_s \quad \text{---(2-27)}$$

P_s = pression à la surface du point considéré.

L'intensité de contrainte maximale S n'est pas limitée sauf dans le cas des charges répétées.

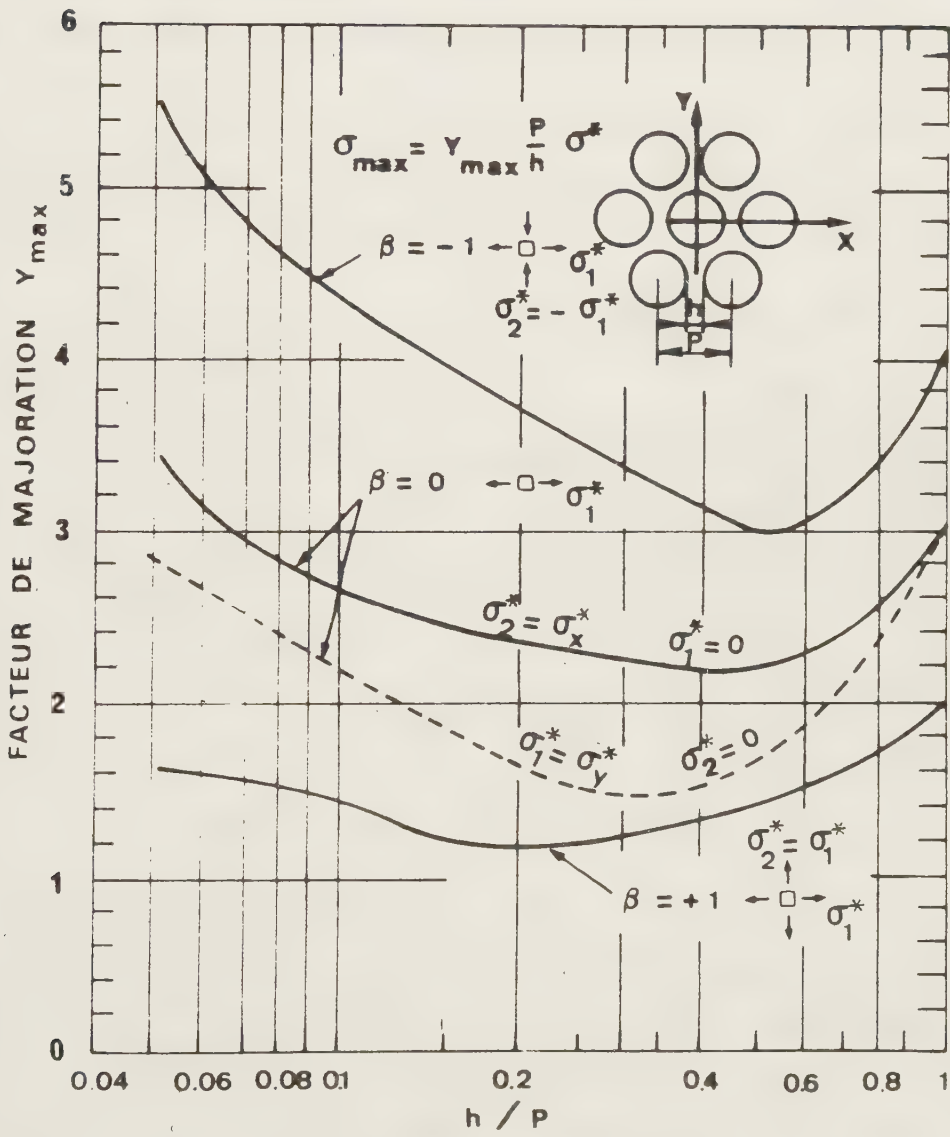


Fig. 2-13. Facteur de majoration de contrainte.

2 - 3. CONTRAINTE THERMIQUE DANS LA PLAQUE TUBULAIRE.

2 - 3.1. Contrainte thermique due à la chute de température à travers de la bande diamétrale non percée.

Dans un échangeur à tubes en U (fig.2-1), la moitié de la plaque est à la température T_{CH} du fluide chaud d'entrée et l'autre moitié à la température T_{FR} du fluide froid de sortie. Ces 2 zones sont séparées par une bande diamétrale non percée (fig.2-14).

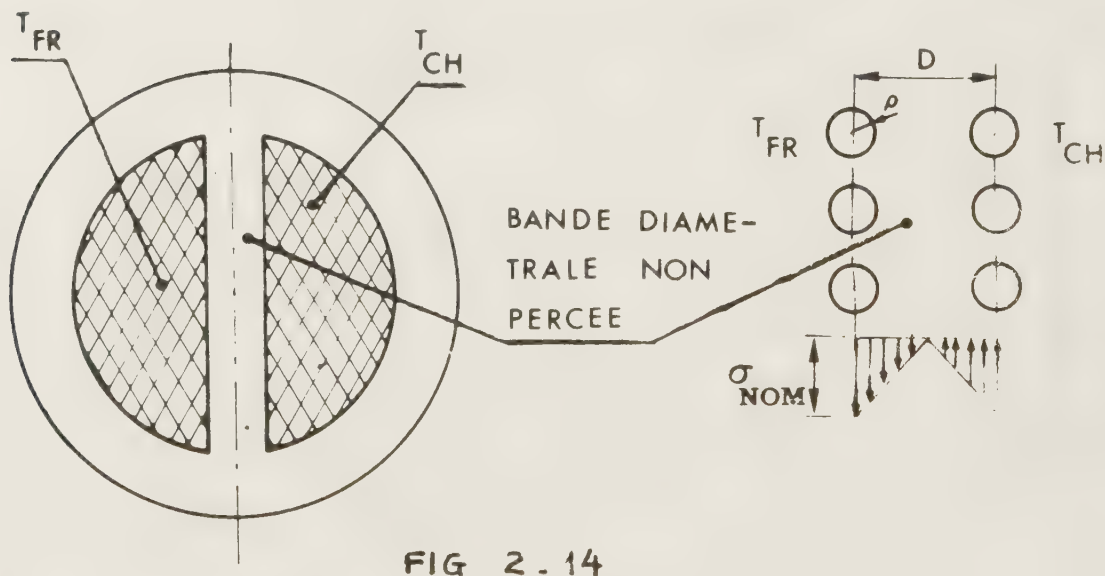


FIG 2.14

Si sous l'action de la pression, la présence de la bande non percée ne modifie pas sensiblement l'état de contrainte et de déformation de la plaque tubulaire [7], il n'en est pas de même sous l'effet de la température. L'étude photoélastique entreprise par SLOT [20], a révélé une zone de concentration de contrainte pour les premières rangées de trous parallèles à la bande non percée.

La variation de température étant supposée linéaire à travers la bande non percée, la contrainte nominale est

$$\sigma^* = \frac{E \alpha}{1 - \nu} \left(\frac{T_{CH} - T_{FR}}{2} \right) \quad \text{---(2-28)}$$

E : module d'Young

ν : coefficient de Poisson

α : coefficient de dilatation thermique.

La contrainte maximale est calculée comme une barre munie d'une rangée d'encoches semi-circulaires et soumise à la flexion pure. Le coefficient de majoration de contrainte K_D est celui déterminé par PETERSON [34].

$$\sigma_{max} = K_D \frac{E \alpha}{1 - \nu} \left(\frac{T_{CH} - T_{FR}}{2} \right) \quad \text{---(2-29)}$$

K_D : coefficient de majoration de contrainte (fig. 2-15)

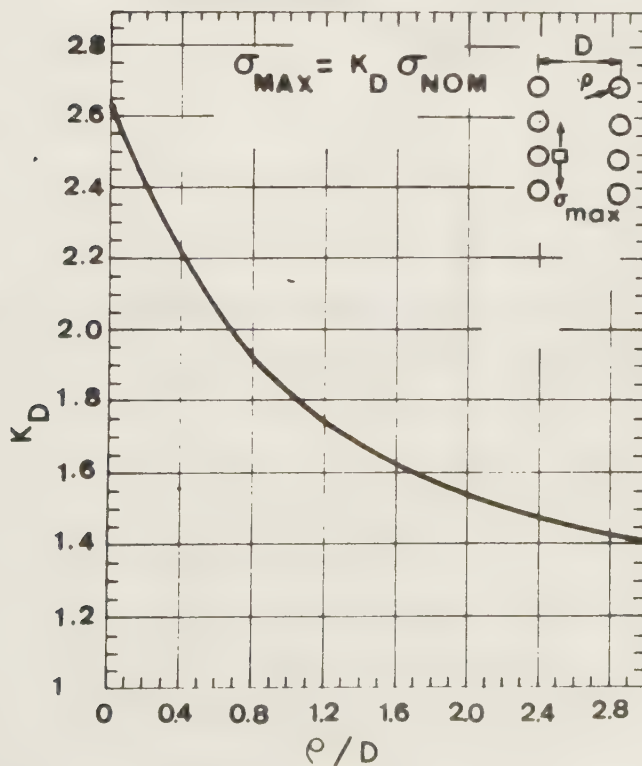


FIG 2-15

Contrainte thermique due à la différence de température entre le côté primaire et le côté secondaire.

La plaque est traversée par le fluide primaire. De ce fait, la majeure partie de la plaque est à la température du primaire. La chute de la température entre le primaire et le secondaire a lieu surtout au voisinage de la surface en contact avec le secondaire (fig. 2-16). Cette chute de température crée une contrainte thermique dite "effet thermique de peau".

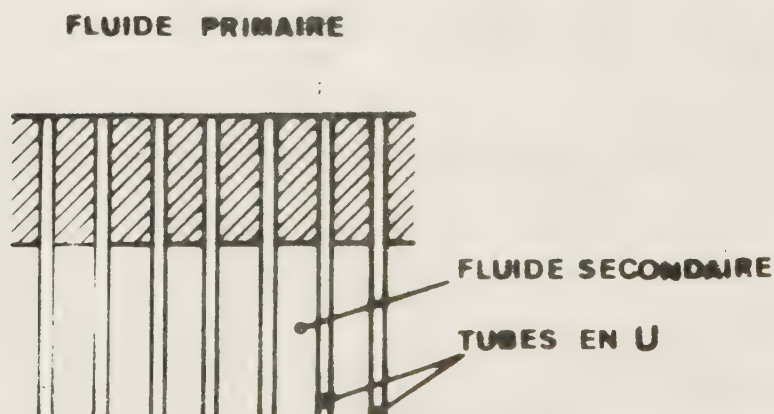


FIG. 2-16

Si la température à la surface change brusquement, on a un régime transitoire et la contrainte nominale est donnée par :

$$\sigma_r^* = \sigma_t^* = K_S \frac{E \alpha}{1 - \nu} (T_M - T_S) \quad \dots (2-30)$$

K_s = facteur multiplicateur (fig. 2-17)

T_m = température moyenne de la plaque

T_s = température à la surface de la plaque.

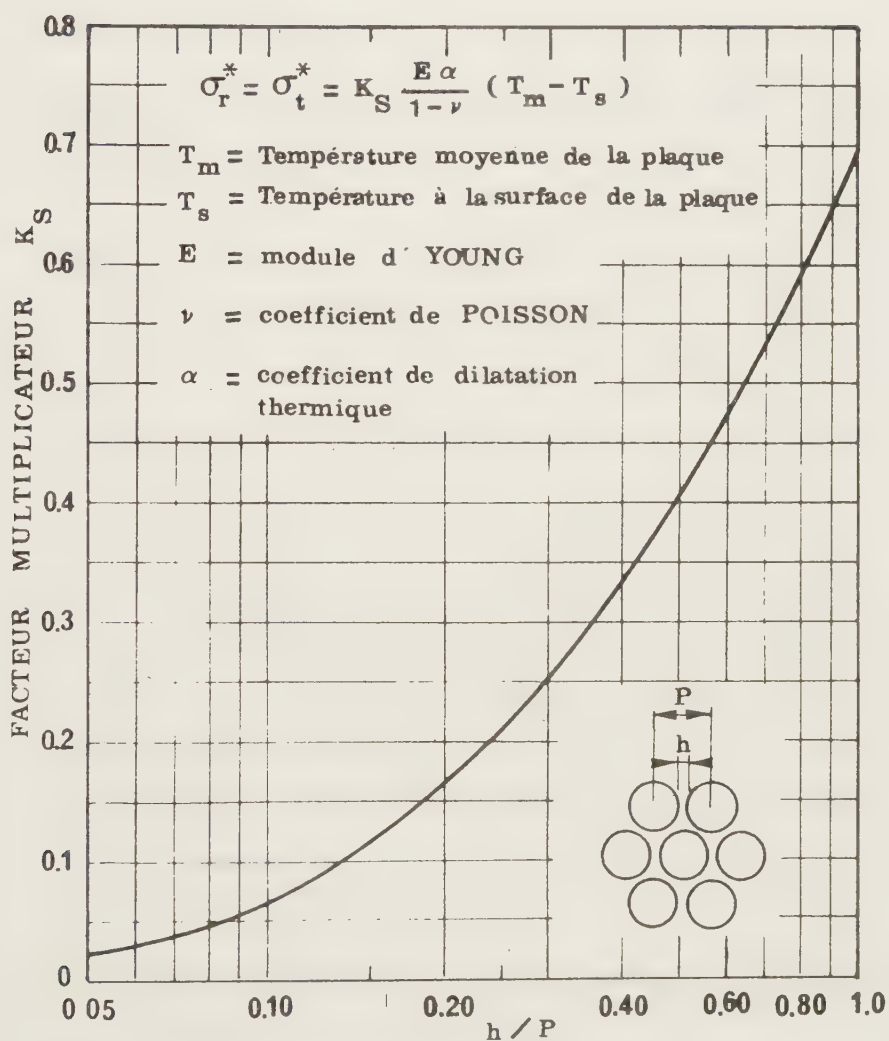


FIG. 2-17

La contrainte maximale est :

$$\sigma_{\max} = K_s \gamma_{\max} \left(\frac{P}{h} \right) \left(\frac{E \alpha}{1 - \nu} \right) (T_m - T_s) \quad \dots (2-31)$$

$\gamma_{\max}$ = facteur de majoration de contrainte pour $\beta = +1$ (fig.2-15)

Chapitre 3

METHODE MATRICIELLE D'ANALYSE DES ECHANGEURS DE CHALEUR A 2 PLAQUES FIXES EXTENSION DE LA METHODE AU CALCUL DES ECHANGEURS DE CHALEUR A TETE FLOTTANTE

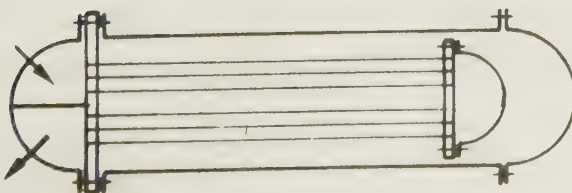
Dans ces échangeurs, les plaques sont reliées par des tubes rectilignes qui, lorsque celles-ci se déforment, agissent comme une fondation élastique. La plaque munie de tubes est remplacée par une plaque équivalente reposant sur un milieu élastique équivalent. Cet ensemble équivalent est rendu indépendant du reste de la structure par l'introduction des forces de discontinuité.

Cette méthode peut s'étendre au cas des échangeurs à tête flottante.

L'application de cette théorie à une maquette d'un échangeur a donné des résultats concordant avec l'expérience.



ECHANGEUR A
PLAQUES FIXES



ECHANGEUR A
TETE FLOTTANTE

FIG. 3-0

3 - 1. GENERALITES

Dans un échangeur à deux plaques fixes et reliées entre-elles par des tubes, l'action des tubes sur les plaques, lorsque celles-ci se déforment, se traduit par des forces et des moments répartis, proportionnels aux flèches et aux rotations locales prises par les plaques.

L'étude analytique des plaques conduit à une équation différentielle de la déformée du 4ème ordre. La solution générale peut être exprimée par les fonctions de Bessel. Les constantes d'intégration dépendent des conditions aux limites, c'est-à-dire du degré d'encastrement de la plaque qui dépend à son tour des dimensions et du matériau des viroles et du bord non percé. La résolution mathématique d'un tel problème devient rapidement très complexe.

Le problème est considérablement simplifié lorsqu'on néglige l'effet du raidissement dû au bord non percé, et qu'on traite la plaque comme simplement appuyée ou parfaitement encastree.

Cette approche a été faite par MILLER [26] dont les résultats constituent la base de la méthode de calcul du standard britannique BS 1500 [27].

Le standard américain, le TEMA [28], donne l'épaisseur de la plaque par la formule :

$$H = \frac{F}{2} D_{pe} \sqrt{\frac{19.1}{\sigma_{adm}}} \quad \text{--- (3-1)}$$

dans laquelle F est égale à 1,25 et 1 pour les plaques simplement appuyées, respectivement, à tubes en U et à tête flottante. Ces valeurs se réduisent à 1 et 0,8 pour les plaques parfaitement encastrees. D_{pe} est le diamètre extérieur de la plaque; q_e est la pression effective de calcul; σ_{adm} est la contrainte admissible en traction du code ASME à la température de calcul. Cette formule est empirique et est déduite de la formule des fonds plats du code ASME des chaudières et récipients à pression [29]. Elle ne tient pas compte, ici non plus, du bord non percé.

Plus récemment (1969), une méthode plus élaborée a été donnée par GARDNER à la conférence de DELFT [25] organisée par l'ASME. Cet auteur a étudié l'influence du bord non percé et de la "solidité" - c'est-à-dire la fraction du métal qui reste après perçage et dudgeonnage - pour 2 cas : plaque simplement appuyée et parfaitement encastree. Une méthode de détermination de l'influence de la virole est donnée, mais à cause de la complexité du calcul, cet auteur n'a pas donné des résultats complets.

Dans la présente méthode, la plaque reposant sur le faisceau de tubes est rendue indépendante du reste de la structure par l'introduction des forces de discontinuité inconnues au bord libre de la plaque. Ceci est possible grâce aux travaux préliminaires de TKACHENKO [33] qui a calculé les coefficients d'influence d'une plaque circulaire reposant sur une fondation élastique et soumise à une pression répartie et à des moments et des efforts tranchants appliqués au bord libre de la plaque. En utilisant ces résultats, nous exposons ici une méthode de calcul permettant de tenir compte simultanément de tous les facteurs d'influence, sans pour cela compliquer mathématiquement le problème.

3 - 2 ORIGINALITE DE LA PRESENTE METHODE PAR RAPPORT AUX TRAVAUX ANTERIEURS

Dans un échangeur à 2 plaques fixes, les principaux facteurs qui influencent l'état de contraintes et de déformations de la plaque tubulaire sont :

- l'effet de dilatation différentielle due à la température,
- l'action des tubes se comportant comme une fondation élastique, chaque tube exerçant une force et un moment sur la plaque.
- l'influence des viroles,
- l'effet de raidissement du bord non percé,
- l'effet latéral des forces de membrane.

Divers auteurs ont apporté leur contribution au calcul des plaques de ce type d'échangeurs :

GARDNER en 1948 [22] fut le premier à donner une approche analytique du problème. En 1952, ce même auteur [23] a résolu le problème pour un échangeur à 2 plaques fixes. Simultanément, mais indépendamment, MILLER [26] a proposé une solution analogue. Ces deux auteurs, jusqu'alors, n'ont pas tenu compte de l'influence du bord non percé et des viroles.

C'est YI-YUAN-YU [30] qui, en 1956, a étudié l'influence des viroles.

En 1962, KITOVER, [31], indépendamment des auteurs précédents, a donné une solution simplifiée en étudiant uniquement l'effet de la fondation élastique.

En se référant aux travaux de GARNER [22] [23] et de YI-YUAN-YU [30], BOON et WALSH [32] (1964) ont résolu le problème en tenant compte à la fois de l'action des tubes agissant comme fondation élastique et de l'influence des viroles.

En écrivaint l'équilibre d'un élément de plaque, ils aboutissent à une équation différentielle du 4ème ordre :

$$\frac{d^4 w}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3 w}{dr^3} - \left(\frac{1}{r^2} + \frac{k_\phi}{D^*} \right) \frac{d^2 w}{dr^2} + \left(\frac{1}{r^3} - \frac{k_\phi}{r D^*} \right) \frac{dw}{dr} - \frac{k_w w}{D^*} = \frac{P_e}{D^*} \quad \dots (3-1)$$

La solution générale d'une telle équation peut être exprimée par les fonctions de Bessel, et ne dépend que de deux constantes, car la flèche et le moment au centre doivent être finis.

Les conditions aux limites permettent de déterminer les deux constantes. Celles choisies par BOON et WALSH sont :

1) Au bord de la plaque, la flèche étant nulle, la pression nette effective déduite de l'équation (3-2) est égale à celle due aux pressions hydrostatiques et à la dilatation différentielle thermique.

2) A la jonction de la plaque avec les viroles, la somme des moments exercés sur les différents éléments est nulle, puisque le joint est en équilibre.

TKACHENKO [33] (1966), en partant de la même équation différentielle de la déformée(3-2) a imposé des conditions aux limites différentes :

1) Au bord de la plaque $r = R^*$, le moment radial M_r est égal au moment M_1 appliqué par l'extérieur sur la plaque. ($M_r = M_1$)

2) De même, pour $r = R^*$, l'effort tranchant est égal à l'effort tranchant Q_1 appliqué par l'extérieur sur la plaque. ($Q = Q_1$)

Cet auteur a alors exprimé les déformations et les efforts en un point, quelconque de la plaque en fonction de M_1 et Q_1 .

flèche $w = \frac{R^{*2}}{D^*} (B_{wm} M_1 + B_{wQ} R^* Q_1) + \frac{P_e}{k_w} \quad \dots (3-3)$

rotation $\theta = \frac{R^*}{D^*} (B_{\theta m} M_1 + B_{\theta Q} R^* Q_1) \quad \dots (3-4)$

moment radial $M_r = B_{rm} M_1 + B_{rQ} R^* Q_1 \quad \dots (3-5)$

moment tangentiel $M_t = B_{tm} M_1 + B_{tQ} R^* Q_1 \quad \dots (3-6)$

effort tranchant $Q = \frac{1}{R^*} (B_{Qm} M_1 + B_{QQ} R^* Q_1) \quad \dots (3-7)$

dans lesquelles les coefficients d'influence B_{ij} sont calculés pour diverses

valeurs de r/R^* (distance relative du point considéré au centre de la plaque) et en fonction des rigidités relatives "fondation - plaque" :

$$s_w = R^* \sqrt[4]{k_w / D^*} \quad \dots (3-8)$$

$$s_\phi = k_\phi / \sqrt{4 k_w D^*} \quad \dots (3-9)$$

Les forces de discontinuité M_1 et Q_1 trouvées par TKACHENKO dans l'analyse de l'échangeur, sont dues uniquement au bord non percé. L'auteur n'a tenu compte ni de l'influence des viroles, ni de la dilatation différentielle thermique.

Dans la présente méthode, l'échangeur est décomposé en éléments simples :

- la plaque munie d'un faisceau de tubes,
- le bord non percé,
- la virole de la tête d'échangeur,
- la virole de la calandre.

Tandis que dans le cas des tubes en U, la plaque est supposée appuyée à la périphérie et la pression provoque ainsi une flèche maximale au centre (chapitre 1). Dans le cas des plaques fixes, la plaque est supposée reposée sur une fondation élastique et la pression entraîne une translation uniforme de la plaque. C'est la différence fondamentale entre le cas des plaques à tubes en U et celui des plaques fixes. La même méthode matricielle est applicable. Tous les éléments, sauf la plaque munie de son faisceau de tubes sont traités de la même manière que pour les échangeurs à tubes en U.

Pour différencier les différentes sortes de contraintes, nous calculons séparément les contraintes dues à la pression et à la température. Les états de contrainte résultants sont obtenus par superposition. La présente méthode permet donc d'étudier l'interaction de la plaque avec le reste de la structure et de tenir compte de tous les facteurs précités. Le tableau ci-après donne la comparaison des diverses méthodes.

Tableau 3 - 1 . Comparaison des diverses méthodes.

	Effet de dilatation différentielle	Action des tubes agissant comme des forces réactives	Action des tubes agissant comme des moments répartis	Influence des viroles	Effet de raidissement du bord non percé	Effet latéral des forces de membranes
GARDNER [23] (1952)	X	X		X ***		
MILLER [25] (1952)	X	X		X ***		
YI-YUAN-YU [30] (1956)	X	X		X		
KITOVER [31] (1962)		X		X		
BOON & WALSH (1964)	X	X	X	X		
TKACHENKO [33] (1966)		X	X		X	
TEMA [8] (1968)	X	X		X ***		
*** GARDNER [26] (1969)		X		X	X	
Présente méthode	X	X	X	X	X	X

* La croix X indique que l'auteur cité a tenu compte du facteur d'influence correspondant.

** Cet auteur n'a étudié que 2 cas : plaque simplement appuyée ou parfaitement encastree.

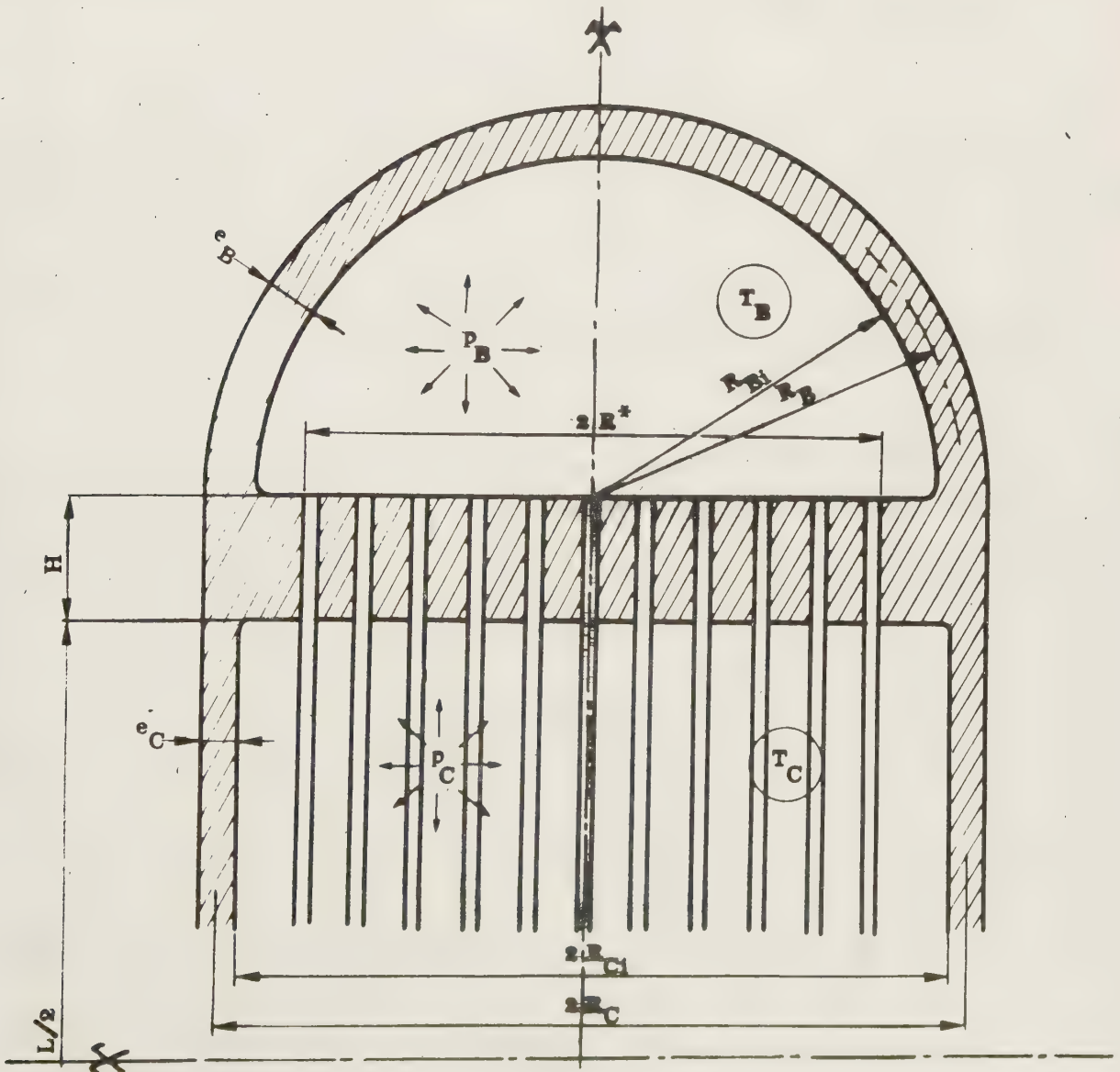
*** L'article de GARDNER (1969) porte essentiellement sur les échangeurs à tubes en U et à tête flottante. Selon l'auteur, l'article portant sur les échangeurs à 2 plaques fixes sera publié incessamment.

3 - 3 EQUATION MATRICIELLE DE L'ECHANGEUR SOUS L'ACTION DE LA PRESSION.

La structure de la fig. 3-1 est décomposée en éléments simples:
(fig. 3 - 2)

- plaque tubulaire munie de son faisceau de tubes
- bord non percé
- tête d'échangeur
- virole.

FIG. 3-1. Schéma d'un échangeur à deux plaques fixes.



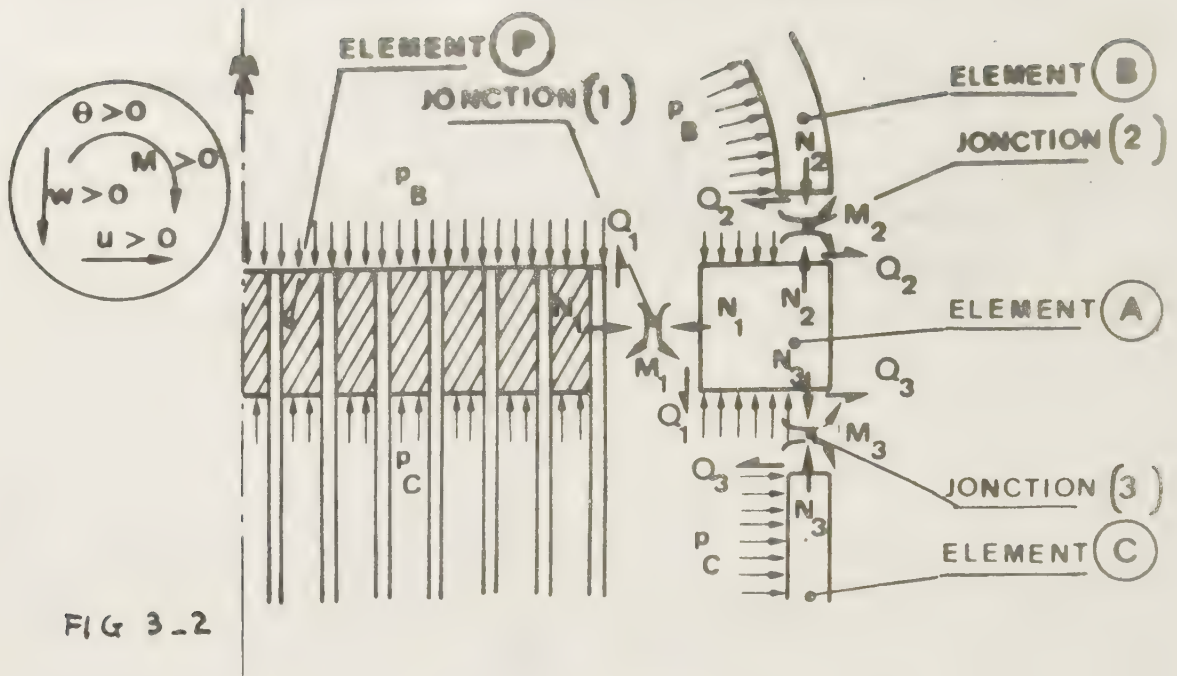


FIG 3-2

3 - 3.1. Matrice de flexibilité de la plaque tubulaire munie de son faisceau de tubes.

La plaque tubulaire est traitée selon la théorie des plaques équivalentes comme pour les échangeurs à tubes en U.

Le faisceau de tubes est considéré comme une fondation élastique possédant deux modules de fondation k_w et k_ϕ (fig.3-3), traduisant respectivement l'aptitude du faisceau tubulaire à s'opposer à la flèche et à la rotation locale prise par la plaque au cours des déformations.

$$k_w = \frac{N t (d-t) E_t}{R^{*2} L} \quad \dots (3-10)$$

$$k_\phi = \frac{3 E_t I_t N}{\pi R^{*2} l} \quad \dots (3-11)$$

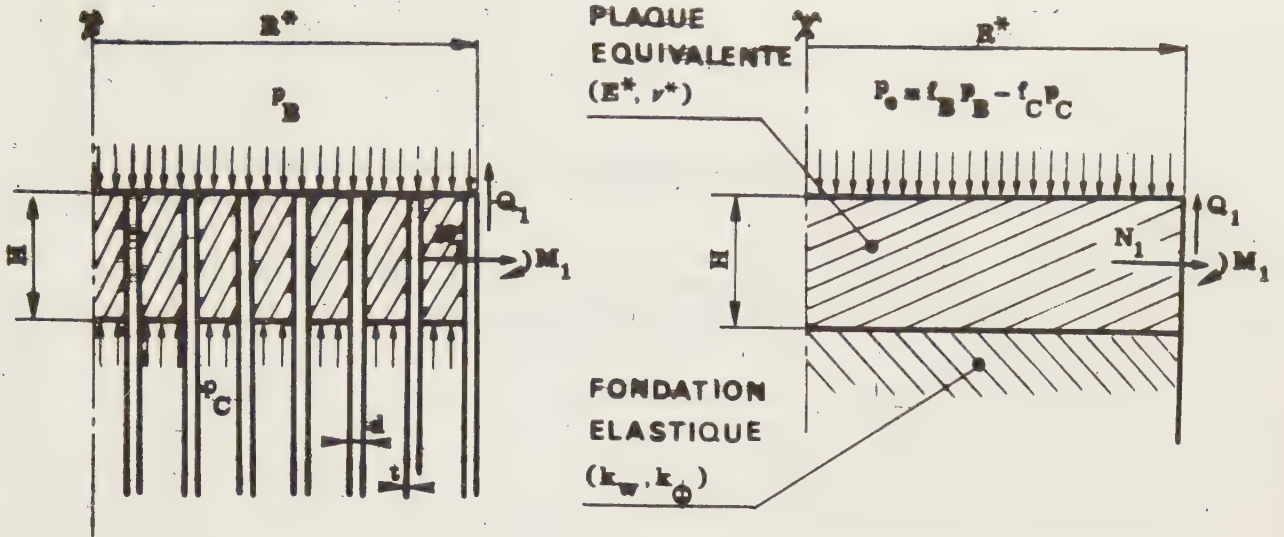


FIG. 3-3 (a) CAS REEL

(b) SCHEMA EQUIVALENT DE CALCUL

La déformation due à la pression est :

$$\begin{bmatrix} D_{P1}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{P1}^0 \\ u_{P1}^0 \\ \theta_{P1}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_w} (f_B p_B - f_C p_C) \\ \frac{\nu R^*}{E} \left(\frac{p_B + p_C}{2} \right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots (3-12)$$

p_e = pression effective s'exerçant sur la plaque équivalente

$$p_e = f_B p_B - f_C p_C$$

f_B = fraction de l'aire de la plaque sur laquelle agit la pression p_B

$$f_B = 1 - \frac{N}{4} \left(\frac{d - 2t}{R^*} \right)^2$$

f_C = fraction de l'aire de la plaque sur laquelle agit la pression p_C

$$f_C = 1 - \frac{N}{4} \left(\frac{d}{R^*} \right)^2$$

La déformation totale du bord de la plaque (P) à la jonction (1) est :

$$\begin{bmatrix} D_{P1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{P1}^0 \end{bmatrix} \quad \dots (3-13)$$

$$\begin{bmatrix} D_{P1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{P1} \\ u_{P1} \\ \theta_{P1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{R^{*3}}{D^*} B_{wQ} & \frac{R^{*2}}{D^*} B_{wM} \\ \frac{R^*}{E^* H} (1 - \nu^*) & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R^{*2}}{D^*} B_{\theta Q} & \frac{R^*}{D^*} B_{\theta M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ Q_1 \\ M_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{k_w} (f_B p_B - f_C p_C) \\ \frac{\nu R^*}{2E} (p_B + p_C) \\ 0 \end{bmatrix}$$

B_{wM} B_{wQ} $B_{\theta M}$ $B_{\theta Q}$ coefficients de TKACHENKO [33], fonction des rigidités relatives "fondation - plaque" S_w et S_ϕ donnés par les fig. 3-4-a-b-c et d.

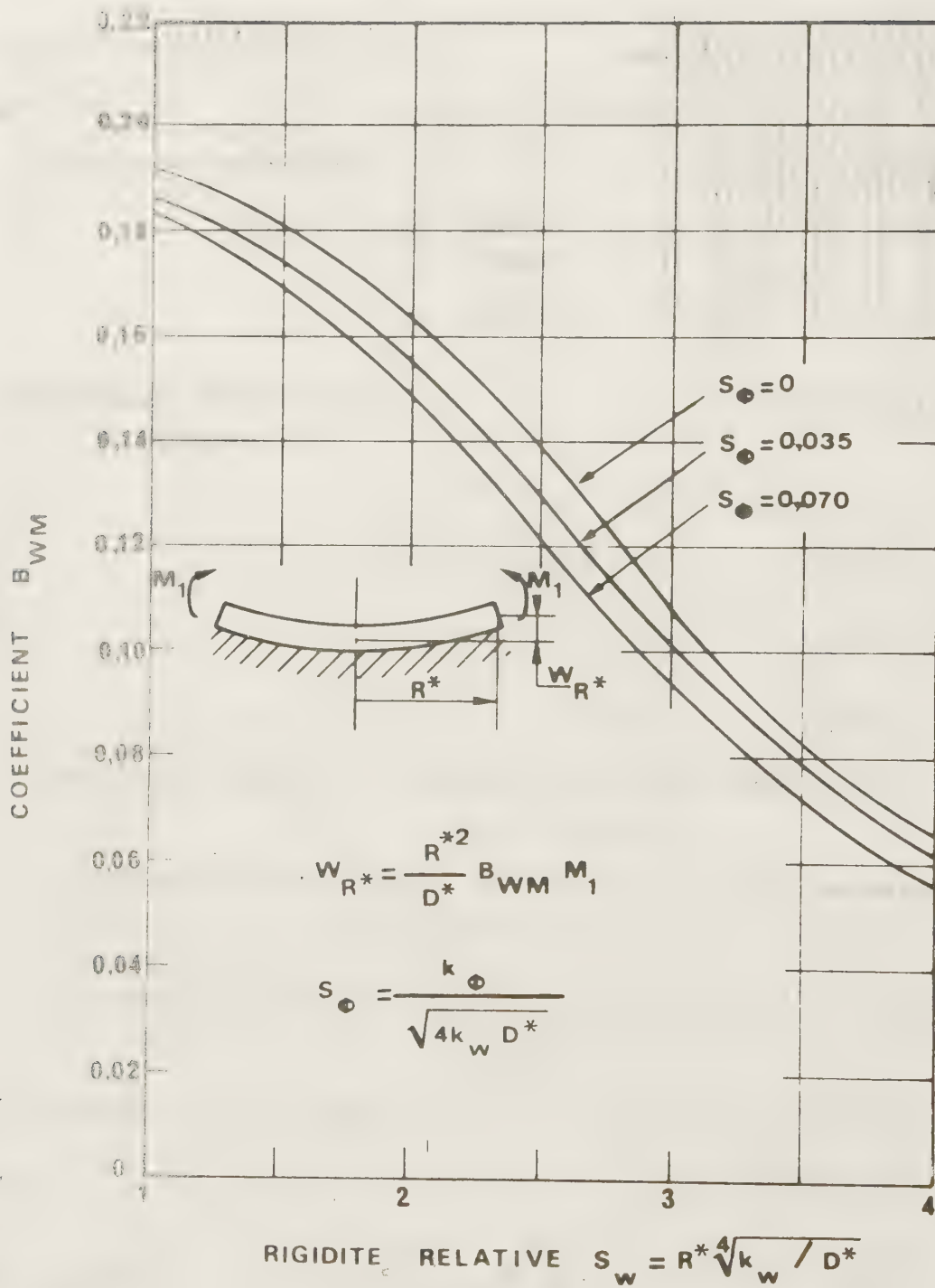


Fig. 2. Coefficients de TKACHENKO.

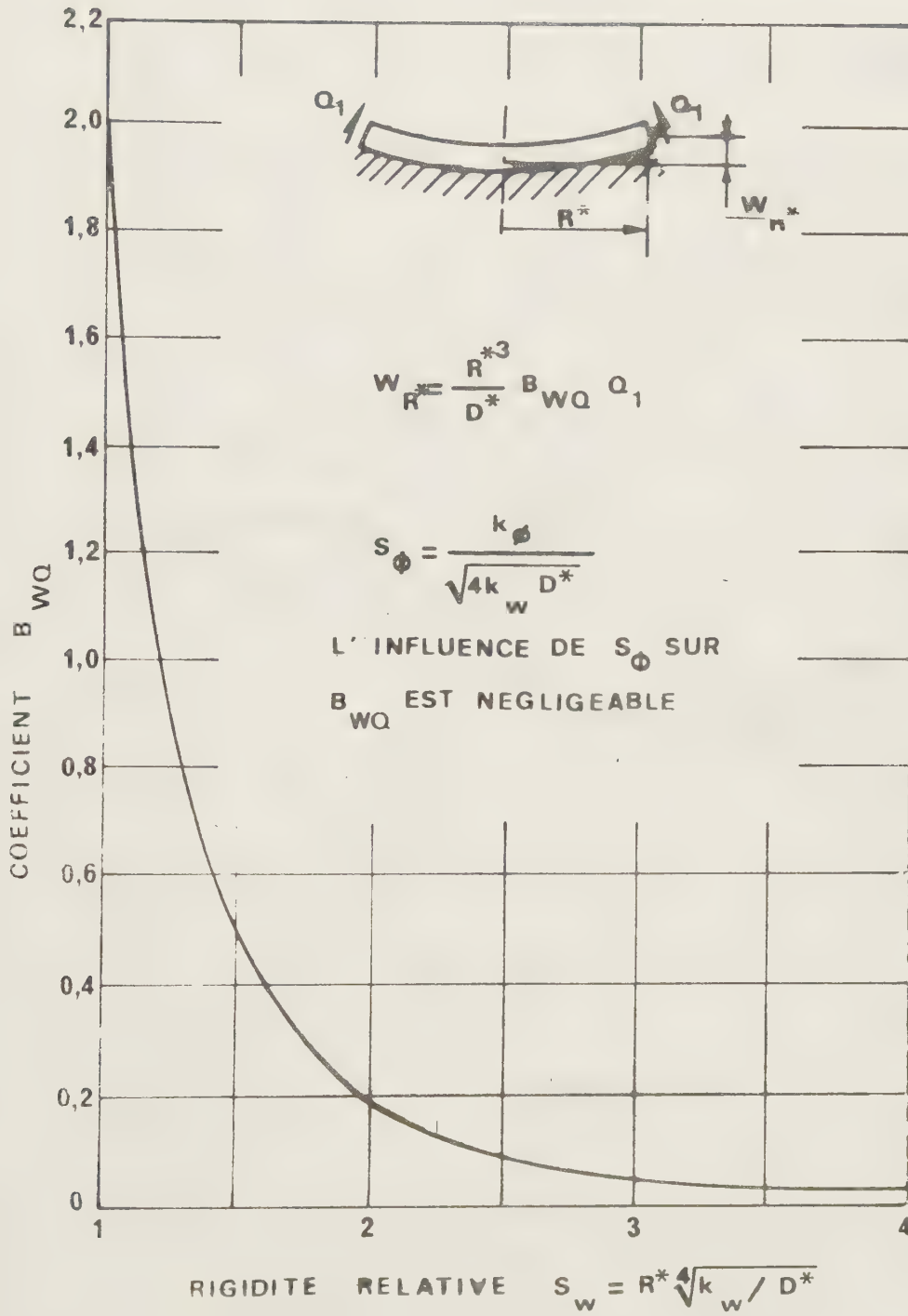


Fig. 3-4.b- Coefficients de TKACHENKO.

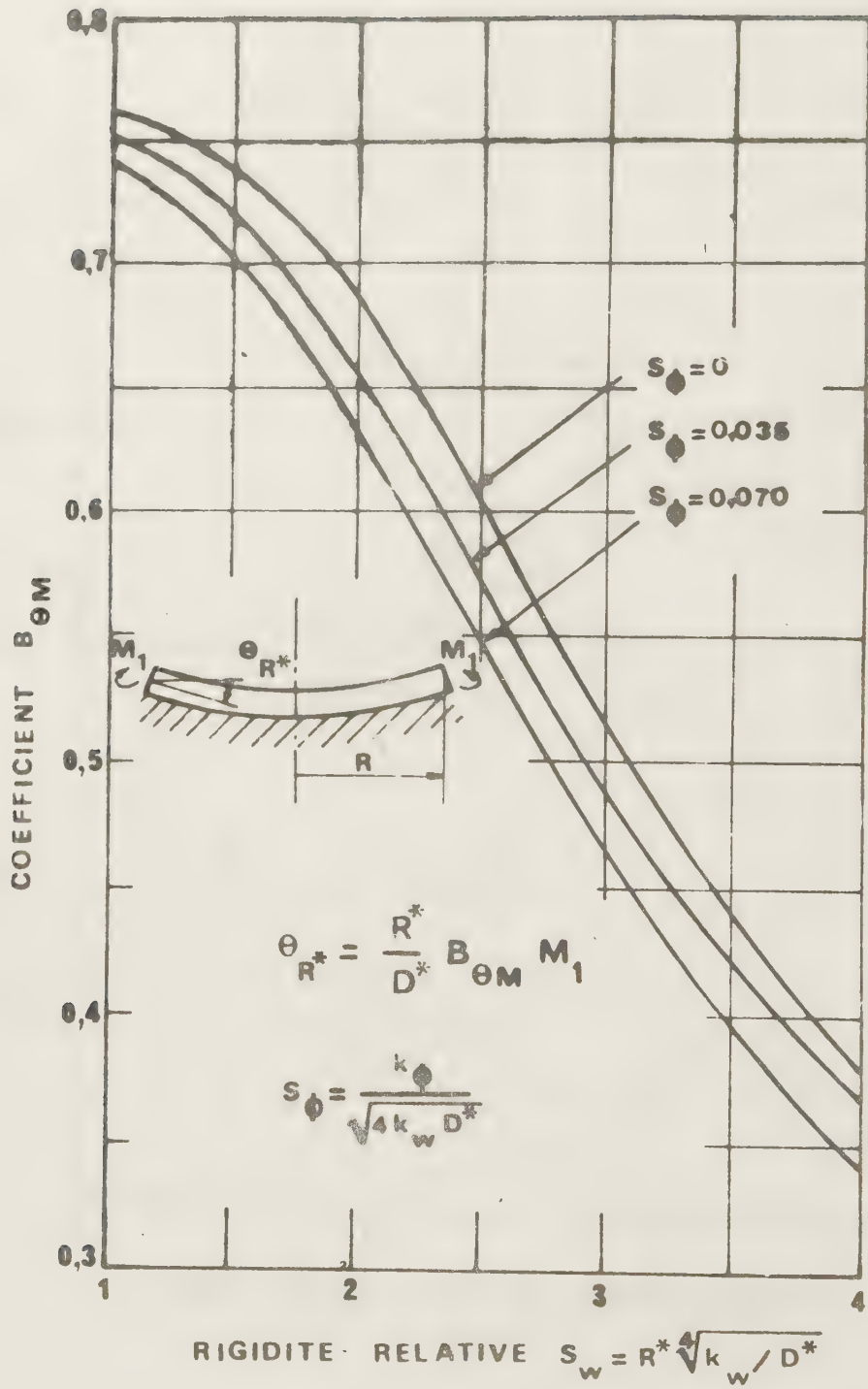


Fig. 3-4.c- Coefficients de flexion.

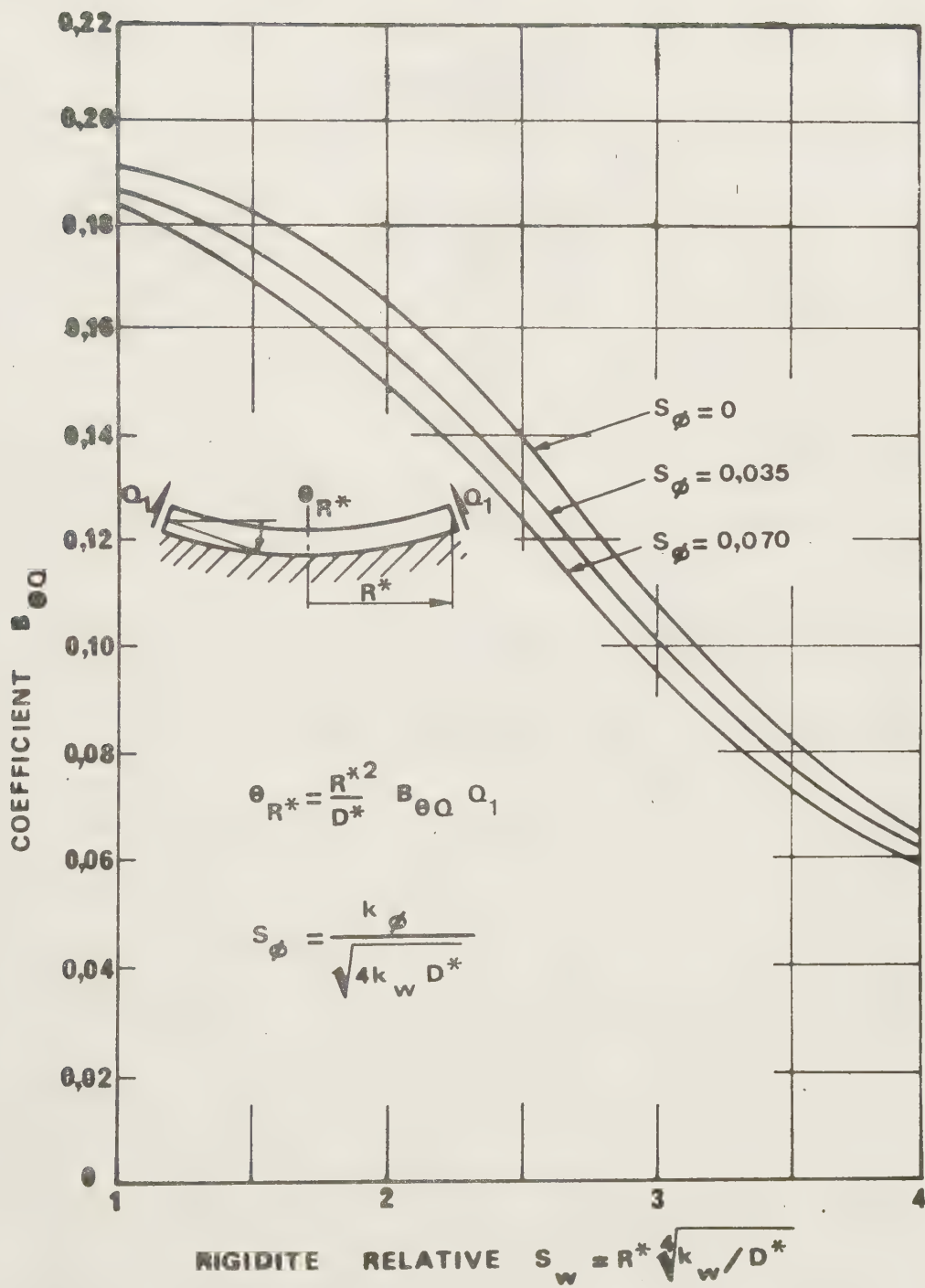


Fig. 3-4.d- Coefficients de TVACHENKO.

1.2. Matrice de flexibilité du bord non percé.

Le bord non percé est calculé comme un anneau (fig. 3-5)

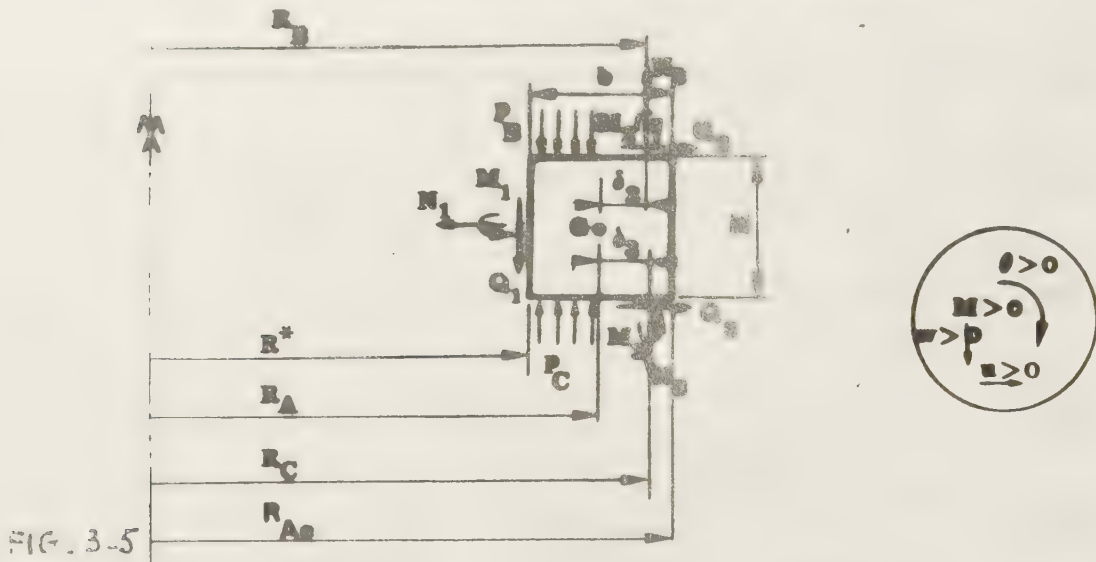


FIG. 3-5

Aux déformations déjà calculées, il faut ajouter le déplacement longitudinal

$$w_{A1} = \frac{N_3 (L/2)}{E e_c} - \theta_A \frac{b}{2} \quad \dots (3-14)$$

La déformation totale de l'anneau s'écrit :

$$[D_A] = [A_A] [F_A] + [D_A^0] \quad \dots (3-15)$$

$$\begin{bmatrix} w_{A1} \\ u_{A1} \\ u_{A2} \\ u_{A3} \\ \theta_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{L}{2} & -S_A(\frac{b}{2})\delta_3 & S_A(\frac{b}{2})^2 & -S_A(\frac{H}{2})(\frac{b}{2}) & S_A(\frac{H}{2})(\frac{b}{2}) & S_A(\frac{b}{2}) & -S_A(\frac{b}{2}) & S_A(\frac{b}{2}) \\ a_{21} & 0 & 0 & a_{24} & a_{25} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & S_A(\frac{H}{2})\delta_3 & -S_A(\frac{H}{2})(\frac{b}{2}) & S_A(\frac{H}{2})^2 + a' & -S_A(\frac{H}{2})^2 + a' & -S_A(\frac{H}{2}) & S_A(\frac{H}{2}) & -S_A(\frac{H}{2}) & S_A(\frac{H}{2}) \\ a_{41} & -S_A(\frac{H}{2})\delta_3 & S_A(\frac{H}{2})(\frac{b}{2}) & -S_A(\frac{H}{2})^2 + a' & S_A(\frac{H}{2})^2 + a' & S_A(\frac{H}{2}) & -S_A(\frac{H}{2}) & S_A(\frac{H}{2}) & S_A(\frac{H}{2}) \\ 0 & S_A\delta_3 & -S_A(\frac{b}{2}) & S_A(\frac{H}{2}) & -S_A(\frac{H}{2}) & -S_A & S_A & -S_A & S_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ N_3 \\ Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{b}{2}\theta_A^0 \\ 0 \\ \frac{H}{2}\theta_A^0 \\ -\frac{H}{2}\theta_A^0 \\ \theta_A^0 \end{bmatrix}$$

$$a_{21} = -\frac{R^*}{E_H} \left(\frac{R^{*2} + R_{Ae}^2}{R_{Ae}^2 - R^{*2}} + \nu \right) \quad \text{--- (3-15.a)}$$

$$a_{24} = a_{25} = \frac{2}{E_H} \left(\frac{R^* R_{Ae}^2}{R_{Ae}^2 - R^{*2}} \right) \quad \text{--- (3-15.b)}$$

$$a_{31} = a_{41} = \frac{1}{E_H} \left(\frac{R^{*2}}{R_{Ae}^2 - R^{*2}} \right) \left[(1-\nu) R_A + (1+\nu) \frac{R_{Ae}^2}{R_A} \right] \quad \text{--- (3-15.c)}$$

$$a' = \frac{1}{E_H} \left(\frac{R^{*2}}{R_{Ae}^2 - R^{*2}} \right) \left[(1-\nu) R_A \left(\frac{R_{Ae}}{R^*} \right)^2 + (1+\nu) \frac{R_{Ae}^2}{R_A} \right] \quad \text{--- (3-15.d)}$$

$$\theta_A^0 = -\frac{p_B}{2} \frac{R_{Bi}^2}{R_B} \delta_2 - p_B (b-e_B) \frac{e_B}{2} + p_C (b-e_C) \frac{e_C}{2} \quad \text{--- (3-15.e)}$$

$$S_A = \frac{12 R_A}{E H^3 \log \frac{R_{Ae}}{R^*}} \quad \text{--- (3-15.f)}$$

3 - 3.3. Matrice de flexibilité de la tête d'échangeur.

La tête d'échangeur est supposée ayant une forme hémisphérique.

La déformation due à la pression est :

$$\begin{bmatrix} D_{B2}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{B2} \\ \theta_{B2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{p_B R_B^2}{2 E e_B} (1-\nu) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{--- (3-16)}$$

La déformation totale du bord à la jonction (2) est :

$$\begin{bmatrix} D_{B2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{B2}^0 \end{bmatrix} \quad \text{--- (3-17)}$$

$$\begin{bmatrix} D_{B2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{B2} \\ \theta_{B2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2 R_B \lambda_B}{E e_B} & \frac{2 \lambda_B^2}{E e_B} \\ \frac{2 \lambda_B^2}{E e_B} & \frac{4 \lambda_B^3}{R_B E e_B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_2 \\ M_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{p_B R_B^2}{2 E e_B} (1-\nu) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_B = R_B \left[\frac{3(1-\nu^2)}{R_B^2 e_B^2} \right]^{\frac{1}{4}}$$

3 - 3.4. Matrice de flexibilité de la virole.

La virole a une forme cylindrique.

La déformation due à la pression est :

$$\begin{bmatrix} D_{c3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{c3}^0 \\ \theta_{c3}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{p_c R_c^2}{2 E e_c} (2 - \nu) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots (3-18)$$

La déformation totale du bord à la jonction (3) est :

$$\begin{bmatrix} D_{c3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{c3}^0 \end{bmatrix} \quad \dots (3-19)$$

$$\begin{bmatrix} D_{c3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{c3} \\ \theta_{c3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2\lambda_c}{k_c} & \frac{2\lambda_c^2}{k_c} \\ -\frac{2\lambda_c^2}{k_c} & \frac{4\lambda_c^3}{k_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_2 \\ M_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{p_c R_c^2}{2 E e_c} (2 - \nu) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$k_c = \frac{E e_c}{R_c^2} \quad \lambda_c = \left[\frac{3(1-\nu^2)}{R_c^2 e_c^2} \right]^{\frac{1}{4}}$$

3 - 3.5. Equation matricielle de l'échangeur.

La condition de compatibilité des déformations de 2 éléments voisins (A) et (B) à la jonction (j) se traduit par l'équation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} D_{Aj} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} D_{Bj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{Bj}^0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} D_{Aj}^0 \end{bmatrix} \quad \dots (3-20)$$

où j = 1, 2, 3

L'équilibre statique donne :

$$\begin{aligned} - \frac{p_B}{2} R_{Bi}^2 + R^* Q_1 + R_c N_3 + \frac{1}{2} (R^* + R_B) p_B (b - e_B) \\ - \frac{1}{2} (R^* + R_c) p_c (b - e_c) = 0 \quad \dots (3-21) \end{aligned}$$

L'ensemble de ces conditions permet d'établir l'équation de l'échangeur - (tableau 3-2)

Tableau 3-2. Equation matricielle de l'échangeur à deux plaques fixes.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ R^*_{EH} (1-\nu) - q_{21} \\ 0 \\ 0 \\ -q_{31} \\ 0 \\ -q_{41} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [-R^*_{D^*} B_{wq} \\ -S_A(\frac{b}{2})^2] \\ R^*_{D^*} B_{wq} [\frac{R^*_{D^*} B_{wm}}{D^*} - S_A(\frac{b}{2})] \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{R^*_{D^*} B_{\theta\theta}}{D^*} + S_A(\frac{b}{2}) \\ S_A(\frac{H}{2})(\frac{b}{2}) \\ S_A(\frac{b}{2}) \\ -S_A(\frac{H}{2})(\frac{b}{2}) \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_A(\frac{H}{2})(\frac{b}{2}) \\ S_A(\frac{b}{2}) \\ -\frac{(L)}{Ee_c} - S_A(\frac{b}{2})\delta_3 \\ 0 \\ 0 \\ -S_A(\frac{H}{2}) \\ -\frac{2\lambda_B^2}{Ee_B} - S_A(\frac{H}{2}) \\ S_A(\frac{H}{2}) \\ -S_A(\frac{H}{2}) \\ S_A(\frac{H}{2})^2 - \alpha' \\ -S_A(\frac{H}{2}) \\ S_A(\frac{H}{2}) \\ -S_A(\frac{H}{2}) \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -S_A(\frac{b}{2}) \\ 0 \\ -S_A(\frac{H}{2})\delta_3 \\ -q_{25} \\ S_A(\frac{H}{2}) \\ -S_A(\frac{H}{2}) - q' \\ S_A(\frac{H}{2}) \\ -S_A(\frac{H}{2}) \\ \left[\frac{-2\lambda_c}{k_c} - S_A(\frac{H}{2}) - \alpha' \right] \\ -\frac{2\lambda_c^2}{k_c} + S_A(\frac{H}{2}) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{b\theta^0}{2} - \frac{1}{k_w} (f_p - f_c) \\ -\frac{\nu R^*}{2E} (p_B + p_c) \\ \theta^0_A \\ \frac{H\theta^0}{2} - \frac{p_B R_B^2}{2Ee_B} (1-\nu) \\ \theta^0_A \\ -\frac{H\theta^0}{2} - \frac{p_c R_c^2}{2Ee_c} (2-\nu) \\ \theta^0_A \\ b_{81} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 \\ Q_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \\ N_3 \\ Q_3 \\ M_3 \end{bmatrix}$$

$$b_{81} = -\frac{1}{2} (R^* + R_B) p_B (b - e_c) + \frac{1}{2} (R^* + R_c) p_c (b - e_c) + \frac{p_B R_B^2}{2} B_1$$

3 - 4. CONTRAINTES DANS LA PLAQUE TUBULAIRE SOUS L'EFFET DE LA PRESSION.

3 - ... Intensité de contrainte basée sur la moyenne des contraintes sur toute l'épaisseur de la plaque et le long de la largeur minimale de ligament. (fig. 3 - 6)

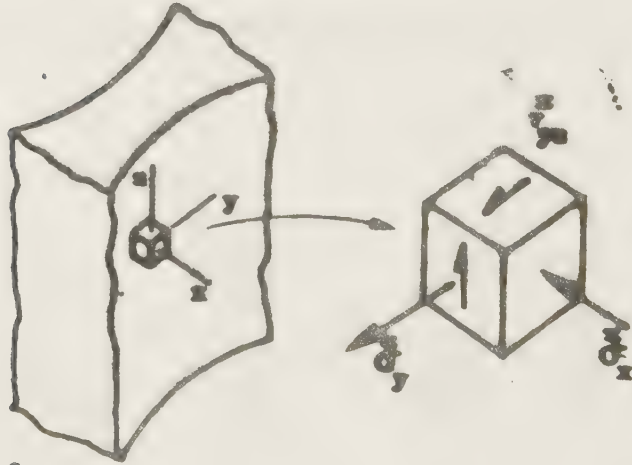


FIG 3-6

L'état de contrainte au point considéré est :

$$\bar{T} = \begin{vmatrix} \bar{\sigma}_x & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\sigma}_y & \bar{\tau}_{yz} \\ 0 & \bar{\tau}_{zy} & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -P_B & 0 & 0 \\ 0 & \frac{P}{h} \sigma_r^* & \frac{P}{h} \frac{Q_r^*}{H} \\ 0 & \frac{P}{h} \frac{Q_r^*}{H} & 0 \end{vmatrix}$$

dans lesquelles

$$\sigma_r^* = \frac{N_1}{H} + \frac{h}{P} \frac{P - h - 2t}{h + 2 \frac{E_t}{E} t} P_B \quad \dots (3-22)$$

$$Q_r^* = \frac{1}{R^*} \left[B_{QM} M_1 + B_{QQ} R^* Q_1 \right] \quad \dots (3-23)$$

B_{QM} B_{QQ} coefficients d'influence déterminés par TKACHENKO [12]

Fig. 3 - 7 a - b

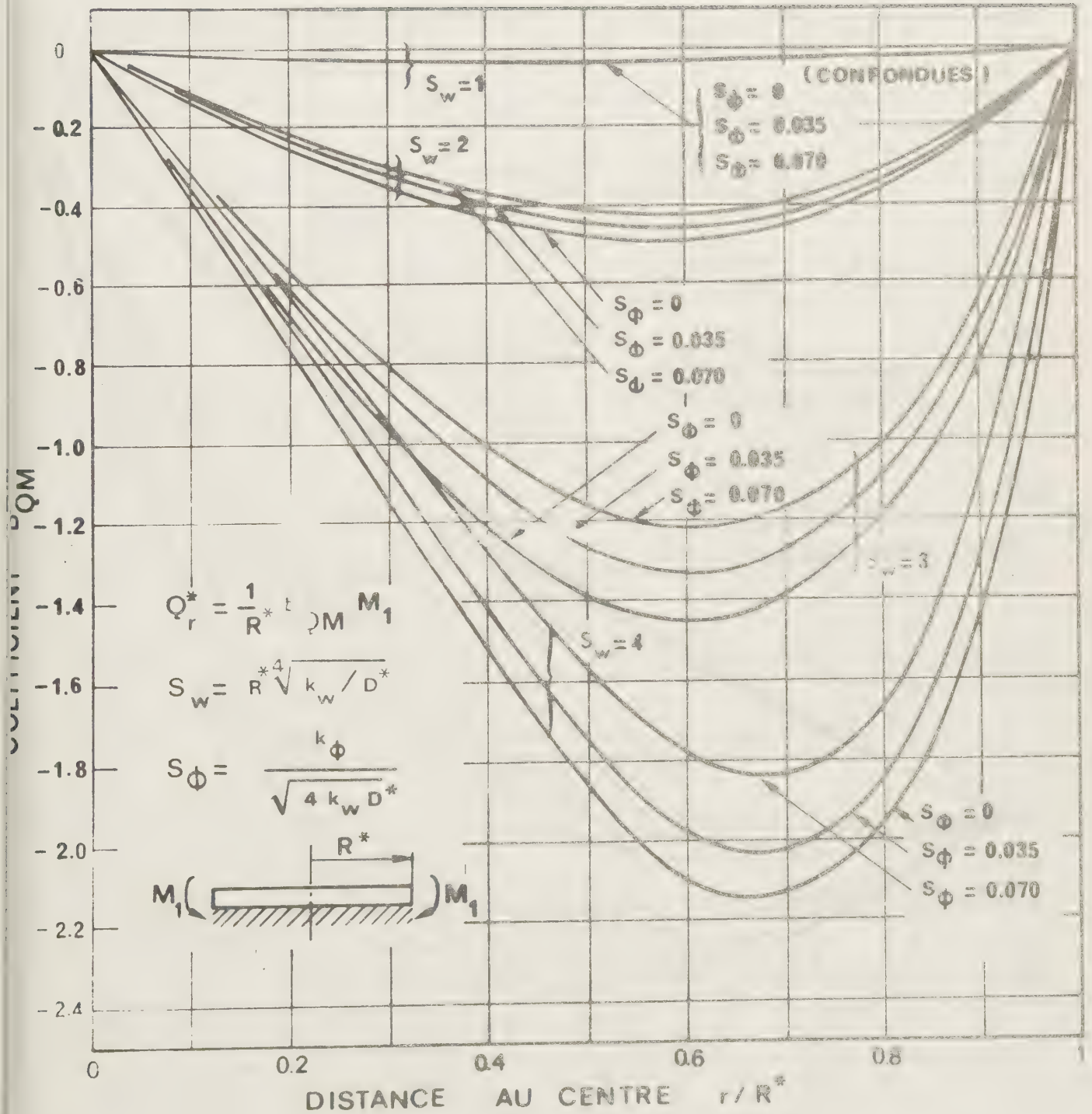


FIG 3-7a.

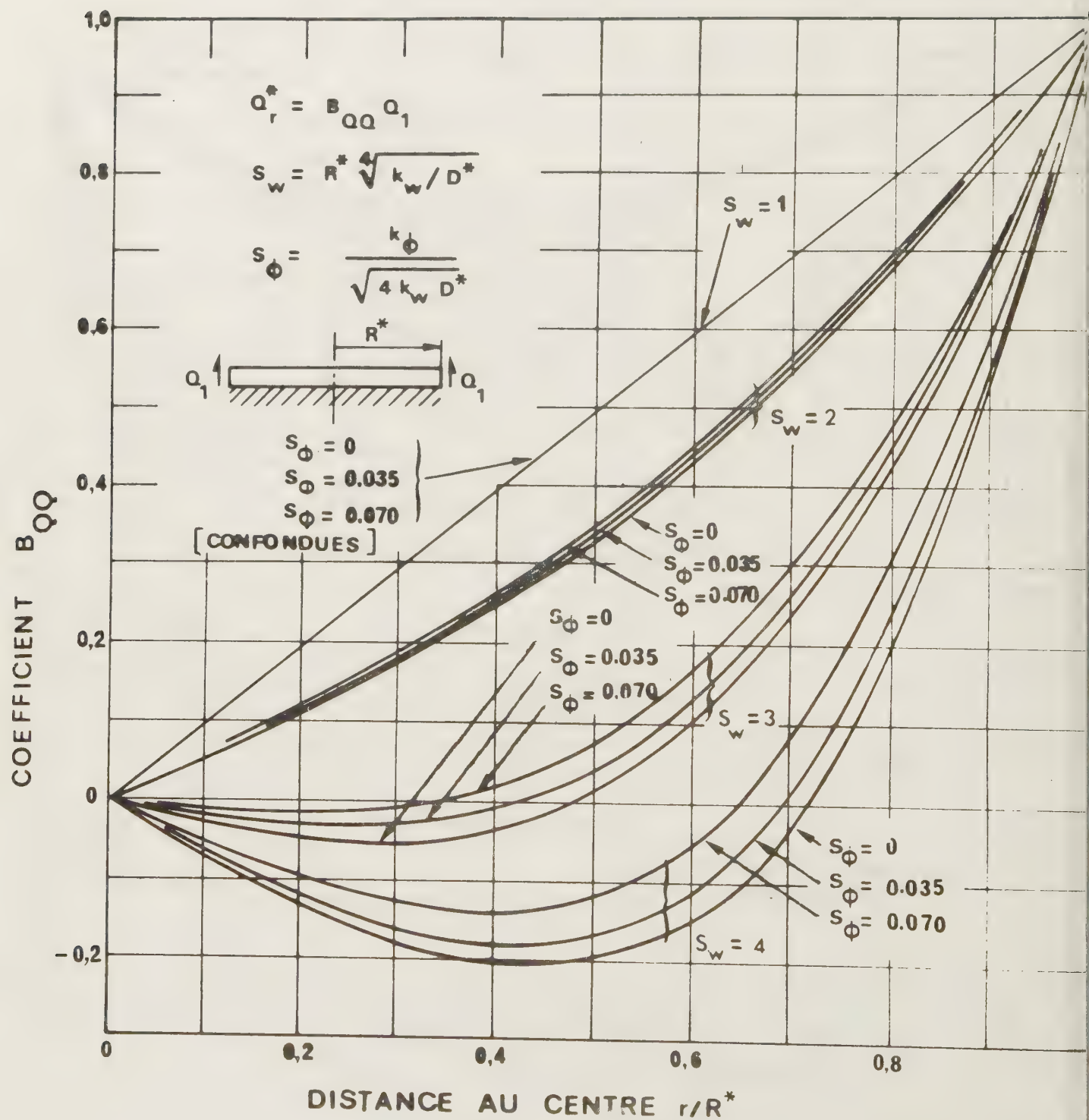


FIG 3-7b .

On a deux cas selon les valeurs de p_B ; on prendra le plus grand diamètre du cercle de Mohr qui représente l'intensité de contrainte S. (fig. 3 - 8)

L'intensité de contrainte S ainsi trouvée est limitée à $S_m = \frac{2}{3} \sigma_T$ (code ASME - article 4 - conception).

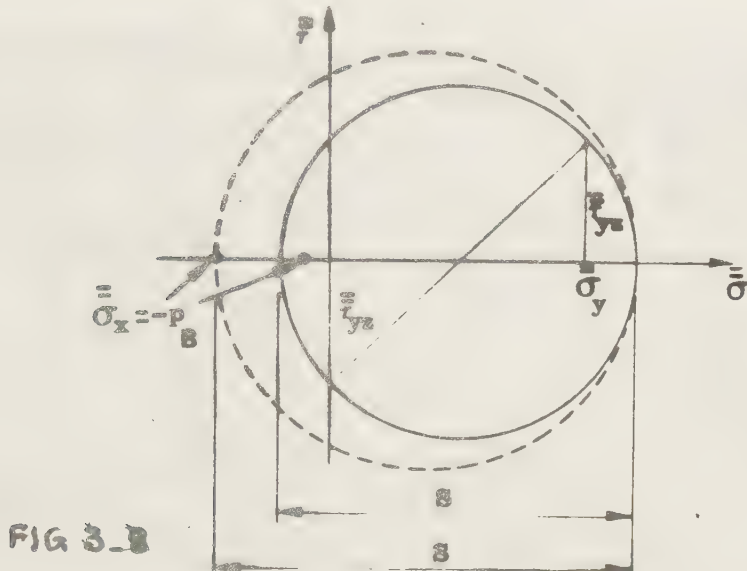


FIG 3-8

3 - 4.2. Intensité de contrainte à la surface de la plaque basée sur la moyenne des contraintes le long de la largeur minimale de ligament.

L'intensité de contrainte S à la surface de la plaque est :

$$S = K \frac{P}{h} \sigma^* \quad \dots (3-24)$$

K : facteur multiplicateur de contrainte [8]

fonction de la biaxialité β

$$\beta = \frac{\sigma_r^*}{\sigma_t^*} \quad \text{ou} \quad \frac{\sigma_t^*}{\sigma_r^*} \quad \text{tel que} \quad -1 \leq \beta \leq 1$$

σ^* = Contrainte principale ayant la plus grande valeur absolue des contraintes σ_r^* et σ_t^* trouvées dans la plaque équivalente

$$\sigma_r^* = \frac{N_1}{H} \pm \frac{6}{H^2} (B_{rM} M_1 - B_{rQ} R^* Q_1) + \frac{h}{P} \frac{(P-h-2t)}{(h+2\frac{E_t}{E}t)} p_B \quad \dots (3-25)$$

$$\sigma_t^* = \frac{N_1}{H} \pm \frac{6}{H^2} (B_{tM} M_1 - B_{tQ} R^* Q_1) + \frac{h}{P} \frac{(P-h-2t)}{(h+2\frac{E_t}{E}t)} p_B \quad \dots (3-26)$$

B_{rM} B_{rQ} B_{tM} B_{tQ} : coefficients de TKACHENKO [33] (fig.3 - 9 a b c d)

L'intensité de contrainte $S = K \frac{P}{h} \sigma^*$ est limitée à : $1,5 S_m$

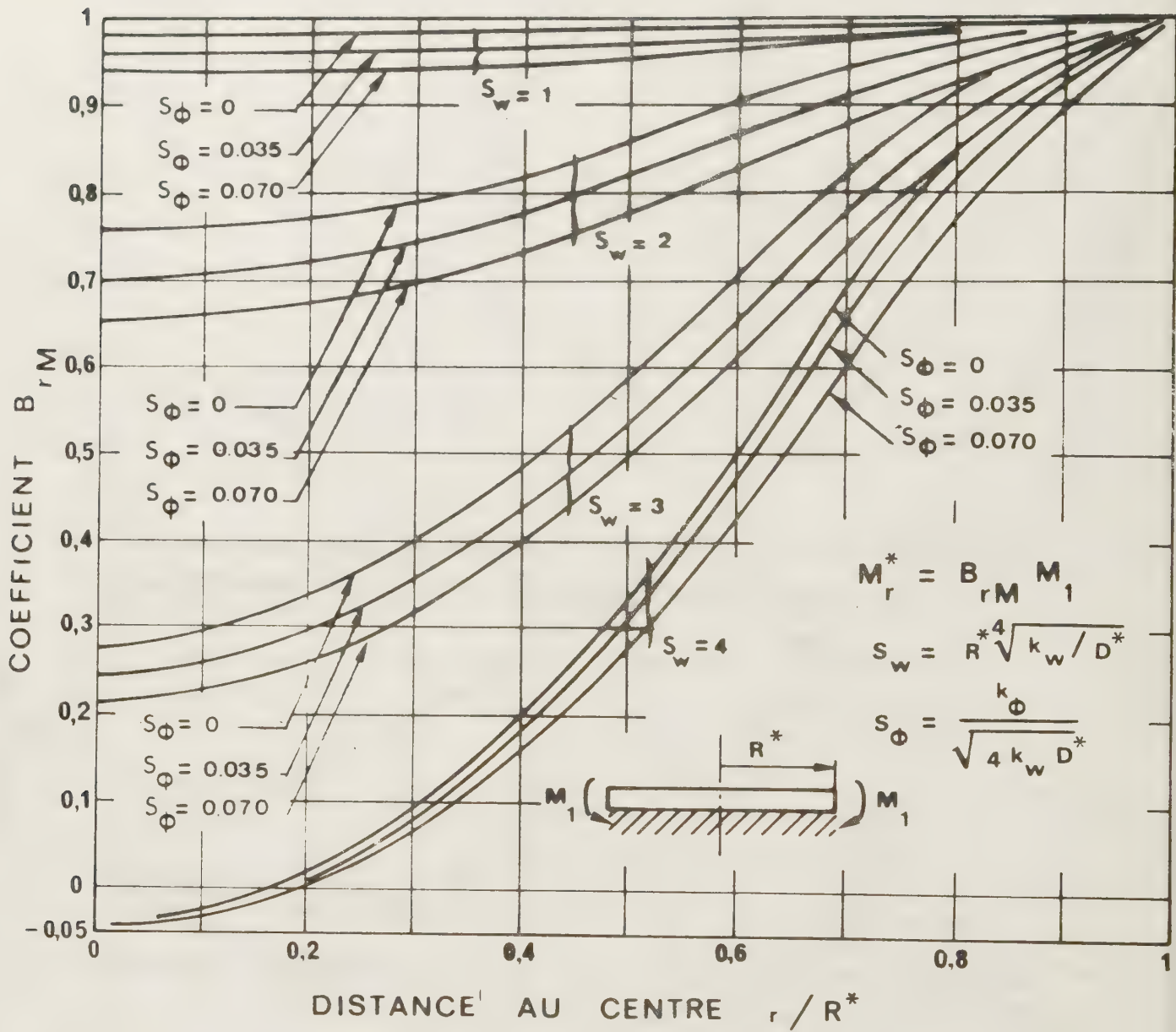


FIG 3-9a.

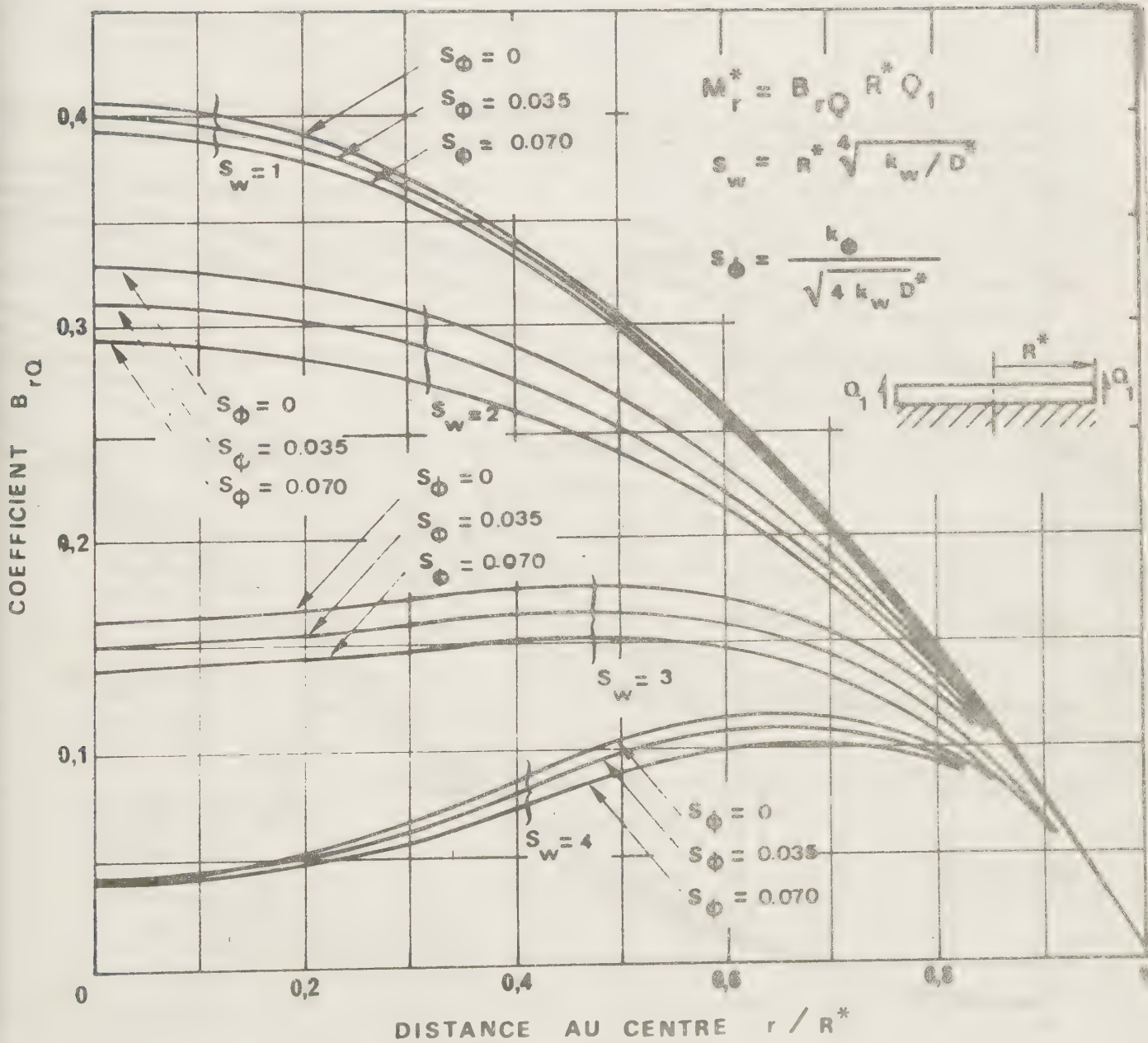


FIG 3-9b

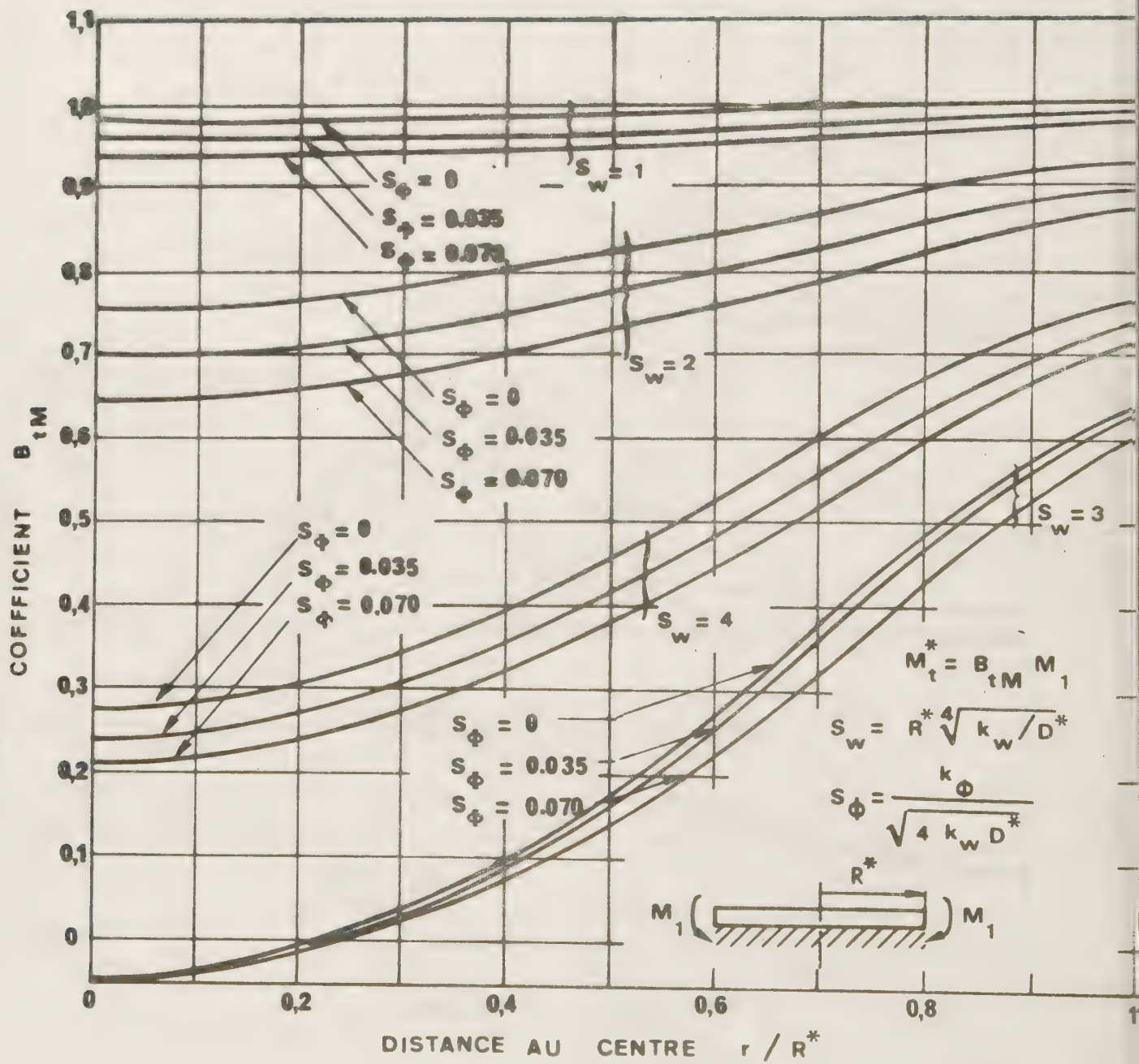


FIG 3-9 c.

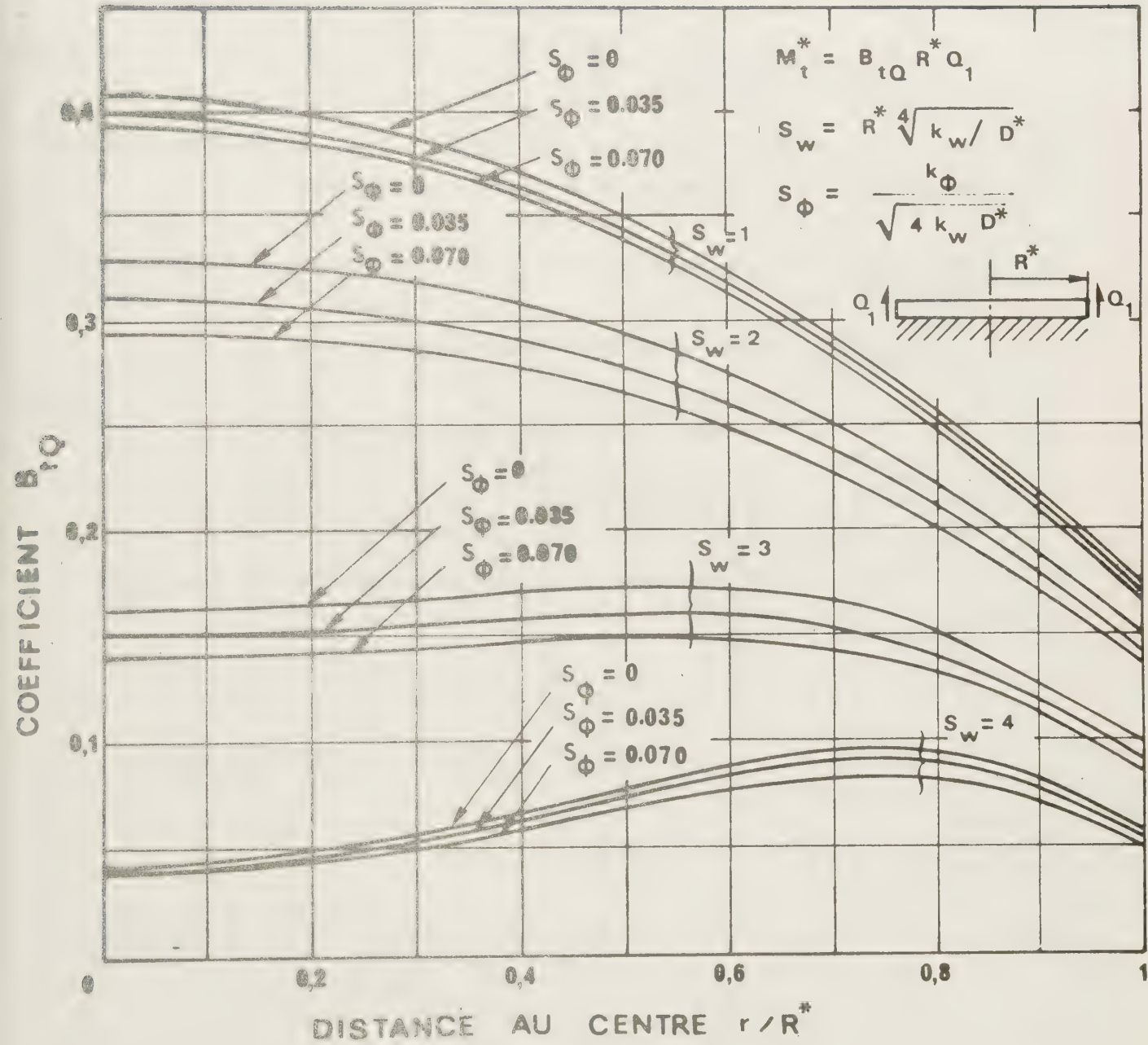


FIG 3-9d

3 - 4.3. Intensité de contrainte maximale au bord des trous et à la surface de la plaque :

La contrainte maximale au bord des trous et à la surface de la plaque est :

$$\sigma_{\max} = Y_{\max} \frac{P}{h} \sigma^* \quad \dots (3-28)$$

σ^* = contrainte principale ayant la plus grande valeur absolue des contraintes principales σ_r^* et σ_t^* trouvées dans la plaque équivalente.

$Y_{\max}$ = coefficient de majoration (fig. 2 - 13), fonction de la biaxialité β

L'intensité de contrainte maximale S est :

$$S = Y_{\max} \frac{P}{h} \sigma^* + p_s \quad \dots (3-29)$$

p_s : pression à la surface considérée.

L'intensité de contrainte maximale n'est pas limitée, sauf dans le cas des charges répétées.

3 - 5. EQUATION MATRICIELLE DE L'ECHANGEUR SOUS L'ACTION DE LA TEMPERATURE

Les divers éléments de la structure sont à des températures différentes. La dilatation différentielle donne naissance à des contraintes thermiques qui sont "des contraintes secondaires", donc moins sévèrement limitées.

La même méthode d'analyse est applicable, mais dans les équations de déformations, il faut remplacer la matrice de déformation due à la pression par la matrice de déformations due à la température.

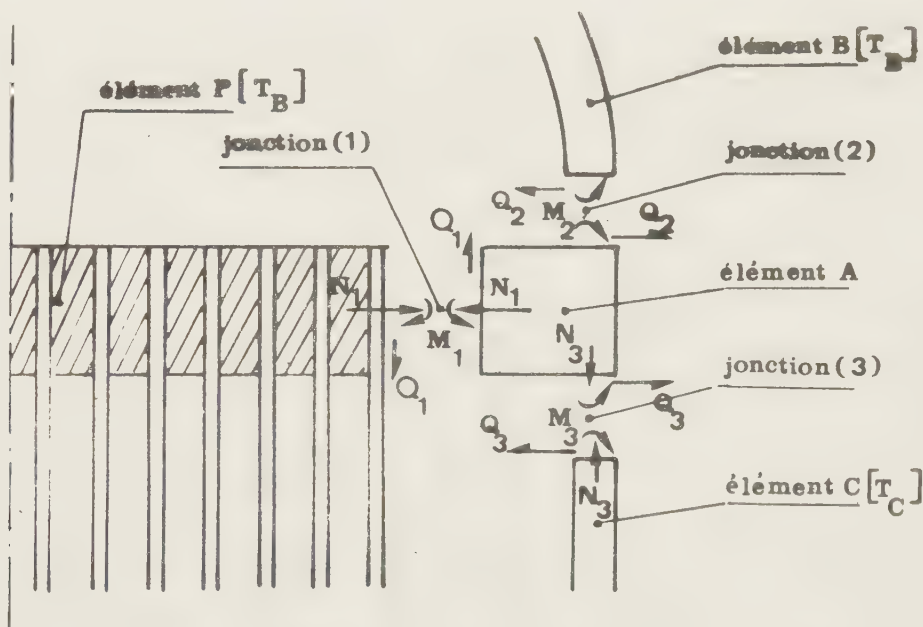


FIG. 3.10

La température des divers éléments sont :

- 1 - Tête d'échangeur (élément B) : T_B
- 2 - Plaque tubulaire (élément P) : les tubes traversent toute l'épaisseur de la plaque. A l'intérieur des tubes circule le fluide B. De ce fait, la plaque a la température du fluide B, c'est-à-dire T_B .
- 3 - Bord non percé (élément A) : à la surface supérieure la température est T_B et à la surface inférieure, T_C .
- 4 - Virole (élément C) : T_C

3 - 5.1. Matrices de déformations dues à la température.

Les matrices de déformations dues à la température des divers éléments sont :

Plaque tubulaire
$$\begin{bmatrix} D_{P1}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{P1}^T \\ u_{P1}^T \\ \theta_{P1}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha T_B \frac{L}{2} \\ \alpha R_B^* T_B \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots (3-30)$$

Tête d'échangeur
$$\begin{bmatrix} D_{B2}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{B2}^T \\ \theta_{B2}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha R_B T_B \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots (3-31)$$

Virole
$$\begin{bmatrix} D_{C3}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{C3}^T \\ \theta_{C3}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha R_C T_C \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots (3-32)$$

Anneau
$$\begin{bmatrix} D_A^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{A1}^T \\ u_{A1}^T \\ u_{A2}^T \\ u_{A3}^T \\ \theta_A^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b}{2} \theta_A^T - \alpha T_C \frac{L}{2} \\ \frac{\alpha R^*}{2} (T_B + T_C) \\ \frac{H}{2} \theta_A^T + \frac{\alpha R_B}{2} (T_B + T_C) \\ -\frac{H}{2} \theta_A^T + \frac{\alpha R_C}{2} (T_B + T_C) \\ \theta_A^T \end{bmatrix} \quad \dots (3-33)$$

avec $\theta_A^T = \frac{\alpha R_A}{H} (T_B - T_C)$

3 - 5.2. Equation matricielle de l'échangeur sous l'action de la température.

Les matrices de flexibilité des divers éléments étant les mêmes, le premier membre de l'équation reste inchangé. Le 2^e membre est obtenu par assemblage des matrices de déformations dues à la température, conformément aux conditions de compatibilité de déformation et aux conditions d'équilibre.

Tableau 3-3. Equation matricielle de l'échangeur à deux plaques fixes sous l'effet de la température.

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ Q_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \\ N_3 \\ Q_3 \\ M_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b}{2}\theta_A^T - \alpha T_c \frac{L}{2} - \alpha T_B \frac{L}{2} \\ \frac{\alpha R}{2}(T_B + T_c) - \alpha R^* T_B \\ \theta_A^T \\ \frac{b}{2}\theta_A^T + \frac{\alpha R_B}{2}(T_B + T_c) - \alpha R^* T_B \\ \theta_A^T \\ -\frac{b}{2}\theta_A^T + \frac{\alpha R_c}{2}(T_B + T_c) - \alpha R^* T_c \\ \theta_A^T \\ 0 \end{bmatrix}$$

MATRICE 8 x 8
DEJA CALCULEE
(voir tableau 3-2)

3 - 6. CONTRAINTES THERMIQUES DANS LA PLAQUE TUBULAIRE

6.1 - Contraintes nominales dues aux forces de discontinuité résultant des différences de températures (régime permanent) :

Connaissant les forces de discontinuité, les contraintes sont calculées de la même manière que pour la pression.

6.2 - Contraintes nominales dues à la variation brusque de température à la surface de la plaque (régime transitoire)

$$\sigma_r^* = \sigma_t^* = K_s \frac{E\alpha}{1-\nu} (T_m - T_s) \quad \dots (3-34)$$

k_s : facteur multiplicateur (fig. 2.16)

T_m : température moyenne de la plaque

T_s : température à la surface de la plaque.

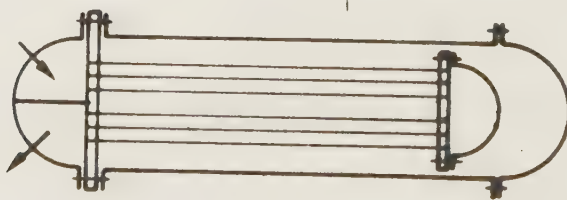
3 - 7. EXTENSION DE LA METHODE AU CALCUL DES ECHANGEURS A TETE FLOTTANTE.

Dans un échangeur à tête flottante, on distingue :

1° - la plaque tubulaire fixe

2° - la plaque tubulaire de tête flottante.

Ces 2 plaques ne sont pas identiques et sont soumises à des chargements différents.



**ECHANGEUR A
TETE FLOTTANTE**

FIG 3-11

3 - 7.1 Plaque fixe.

La plaque fixe est reliée à une virole. La moitié de la plaque du côté entrée est à la température T_{CH} du fluide chaud, l'autre moitié à la température T_{FR} du fluide refroidi. (cf échangeur à tubes en U). Elle est soumise à la pression effective $P_e = P_B - P_c$

Lorsque la plaque se déforme sous l'action de la pression et de la température, le faisceau tubulaire se comporte comme une fondation élastique.

3 - 7.1.1. Contraintes et déformations de la plaque fixe sous l'action de la pression.

Les forces Q_1 N_2 N_3 peuvent être déterminées immédiatement par l'équilibre statique.

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{R^*}{2} (P_B - P_c) \\ N_2 &= (P_B/2) (R_{Bi}^2 / R_B) \\ N_3 &= (P_c/2) (R_{ci}^2 / R_c) \end{aligned} \quad \dots (3-35)$$

L'équation matricielle résolvante de la plaque fixe est obtenue à partir de l'équation de l'échangeur à 2 plaques fixes (tableau 3 - 2)

- a) en supprimant la 1ère ligne et la dernière ligne,
- b) en faisant passer dans le 2è membre, les 2è et 6è colonnes multipliées respectivement par $\frac{R^*}{2} (P_B - P_c)$ et $\frac{P_c}{2} \frac{R_{ci}^2}{R_c}$
- c) en tenant compte dans l'expression θ_A , le terme du à $N_2 = \frac{P_c}{2} \frac{R_{Bi}^2}{R_B}$

L'équation de la plaque fixe ainsi obtenue est donnée au tab. 3-4

Connaissant les forces de discontinuité, les contraintes dues à la pression sont calculées de la même manière que pour les plaques fixes.

3 - 7.1.2. Contrainte thermique.

La plaque tubulaire fixe est soumise à des conditions de température identiques que celles de la plaque d'un échangeur à tube en U.

Les contraintes thermiques sont calculées de la même manière que pour les plaques à tube en U (§ 2 - 3)

Tableau 3-4. Echangeur à tête flottante. Plaque fixe.

$$\begin{bmatrix}
 \frac{R^*}{E} (1-\nu)^* - q_{21} & 0 & -q_{24} & 0 & q_{25} & 0 \\
 0 & \frac{R^*}{D^*} \theta_m + S_A & -S_A \left(\frac{H}{2}\right) & -S_A & S_A \left(\frac{H}{2}\right) & S_A \\
 -q_{13} & S_A \left(\frac{H}{2}\right) & \left[\frac{-2R \lambda_B}{E \rho_B} - S_A \left(\frac{H}{2}\right)^2 - \alpha' \right] & \frac{2\lambda_B^2}{E \rho_B} - S_A \left(\frac{H}{2}\right) & S_A \left(\frac{H}{2}\right) - \alpha' & S_A \left(\frac{H}{2}\right) \\
 0 & S_A & \frac{2\lambda_B^2}{E \rho_B} - S_A \left(\frac{H}{2}\right) & -\frac{4\lambda_B^3}{R^2 E \rho_B} - S_A & S_A \left(\frac{H}{2}\right) & S_A \\
 -q_{41} & -S_A \left(\frac{H}{2}\right) & S_A \left(\frac{H}{2}\right)^2 - \alpha' & S_A \left(\frac{H}{2}\right) & -\frac{2\lambda_c}{k_c} - S_A \left(\frac{H}{2}\right)^2 - \alpha' & -S_A \left(\frac{H}{2}\right) \\
 0 & S_A & -S_A \left(\frac{H}{2}\right) & -S_A & -\frac{2\lambda_c^2}{k_c} + S_A \left(\frac{H}{2}\right) & \frac{4\lambda_c^3}{k_c} + S_A
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 N_1 \\
 M_1 \\
 Q_2 \\
 M_2 \\
 Q_3 \\
 M_3
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 -\nu \frac{R^*}{2E} (p_B + p_c) \\
 \theta_A^0 + \left[\frac{R^{*2}}{D^*} \theta_m - S_A \left(\frac{H}{2}\right) \right] \left[\frac{R^*}{2} (p_B - p_c) \right] \\
 + \left[S_A \delta_3 \right] \left[\frac{p_c}{2} \frac{R_c^2}{R_c^2} \right] \\
 \frac{H}{2} \theta_A^0 - \frac{p_B R_B^2}{2 E \rho_B} (1-\nu) - \left[S_A \left(\frac{H}{2}\right) \left(\frac{H}{2}\right) \right] \left[\frac{R^*}{2} (p_B - p_c) \right] \\
 + \left[S_A \left(\frac{H}{2}\right) \delta_3 \right] \left[\frac{p_c}{2} \frac{R_c^2}{R_c^2} \right] \\
 \theta_A^0 - \left[S_A \left(\frac{H}{2}\right) \right] \left[\frac{R^*}{2} (p_B - p_c) \right] \\
 + \left[S_A \delta_3 \right] \left[\frac{p_c}{2} \frac{R_c^2}{R_c^2} \right] \\
 -\frac{H}{2} \theta_A^0 - \frac{p_c R_c^2}{2 E \rho_c} (2-\nu) + \left[S_A \left(\frac{H}{2}\right) \left(\frac{H}{2}\right) \right] \left[\frac{R^*}{2} (p_B - p_c) \right] \\
 - \left[S_A \left(\frac{H}{2}\right) \delta_3 \right] \left[\frac{p_c}{2} \frac{R_c^2}{R_c^2} \right] \\
 \theta_A^0 - \left[S_A \left(\frac{H}{2}\right) \right] \left[\frac{R^*}{2} (p_B - p_c) \right] \\
 + \left[S_A \delta_3 \right] \left[\frac{p_c}{2} \frac{R_c^2}{R_c^2} \right]
 \end{bmatrix}$$

3 - 7.2. Plaque tubulaire de tête flottante.

La plaque de tête flottante, de diamètre généralement plus faible, est par contre sans virole et soumise à une température uniforme.

Ici encore, le faisceau tubulaire se comporte comme une fondation élastique.

3 - 7.2.1. Contrainte et déformations sous l'action de la pression.

Les forces Q_1 et N_2 peuvent être déterminées immédiatement par les conditions d'équilibre.

$$Q_1 = \frac{R^*}{2} (P_B - P_c)$$

$$N_2 = -\frac{P_B}{2} \frac{R_{B_i}^2}{R_B}$$

--- (3-36)

L'équation matricielle résolvante de la plaque de tête flottante est obtenue à partir de l'équation de l'échangeur à 2 plaques fixes (tab.3-2)

a) en supprimant la 1ère ligne, les 3 dernières lignes et les 3 dernières colonnes.

b) en faisant passer dans le 2è membre, la 2è colonne multipliée par $\frac{R^*}{2} (P_B - P_c)$

c) en tenant compte dans l'expression de θ_n° le terme du à $N_2 = (P_B/2) (R_{B_i}^2/R_B)$

L'équation de la plaque de tête flottante ainsi obtenue est donnée au tableau 3-5 .

Les contraintes dues à la pression sont obtenues de la même manière que pour les plaques fixes. (§ 3 - 4)

3 - 7.2.2. Contrainte thermique.

L'équation matricielle résolvante (tableau 3-6) est obtenue, à partir de l'équation de l'échangeur à plaques fixes sous l'effet thermique, (Tableau 3 - 3) en supprimant la 1ère ligne, les 3 dernières lignes, la 2è colonne et les 3 dernières colonnes.

Les contraintes thermiques sont calculées de la même manière que pour les plaques fixes. (§ 3 - 6)

ab von 0-1. ebene von 0-1. ebene von 0-1. ebene von 0-1.

$$\begin{bmatrix}
 \frac{R^*}{E} (1-\nu^*) a_{21} & 0 & a_{24} & 0 \\
 0 & -\frac{R^*}{D^*} B_{\theta 1} + \bar{S}_A & -S_A(\frac{H}{2}) & -S_A \\
 -a_{31} & S_A(\frac{H}{2}) & -\frac{2R_B \lambda_B}{E \rho_B} - S_A(\frac{H}{2})^2 - \alpha \frac{2\lambda_B^2}{E \rho_B} - S_A(\frac{H}{2}) & \frac{2\lambda_B^2}{E \rho_B} - S_A(\frac{H}{2}) \\
 0 & S_A & \frac{2\lambda_B^2}{E \rho_B} - S_A(\frac{H}{2}) & -\frac{4\lambda_B^3}{R_B E \rho_B} - S_A
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 N_1 \\
 M_1 \\
 Q_2 \\
 M_2
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 -\frac{\nu R^*}{2E} (p_B + p_c) \\
 \theta_A^0 + \left[\frac{R^{*2}}{D^*} B_{\theta 0} - S_A(\frac{b}{2}) \right] \left[\frac{R^*}{2} (p_B - p_c) \right] \\
 \frac{H}{2} \theta_A^0 - \frac{p_B R_B^2}{2 E \rho_B} (1-\nu) - \left[S_A(\frac{H}{2})(\frac{b}{2}) \right] \left[\frac{R^*}{2} (p_B - p_c) \right] \\
 \theta_A^0 - \left[S_A(\frac{b}{2}) \right] \left[\frac{R^*}{2} (p_B - p_c) \right]
 \end{bmatrix}$$

Tableau 3-6. Echangeur à tête flottante. Action de la température.

$$\begin{bmatrix} \frac{R^*}{E} (1-\nu) - a_{21} & 0 & -a_{24} & 0 \\ 0 & \frac{R^*}{D^*} B_{\theta M} + S_A & -S_A \left(\frac{H}{2}\right) & -S_A \\ -a_{31} & S_A \left(\frac{H}{2}\right) & -\frac{2R_B \lambda_B}{E e_B} - S_A \left(\frac{H}{2}\right) - a' & \frac{2\lambda_B^2}{E e_B} - S_A \left(\frac{H}{2}\right) \\ 0 & S_A & \frac{2\lambda_B^2}{E e_B} - S_A \left(\frac{H}{2}\right) & -\frac{4\lambda_B^3}{R_B E e_B} - S_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha R^*}{2} (T_B + T_c) - \alpha R^* T_B \\ \theta_A^T \\ \frac{H}{2} \theta_A^T + \frac{\alpha R_B}{2} (T_B + T_c) - \alpha R_B T_B \\ \theta_A^T \end{bmatrix}$$

3 - 8. APPLICATION AU CALCUL D'UN ECHANGEUR - COMPARAISON AVEC L'EXPERIENCE.

3- 8.1. Description de la maquette.

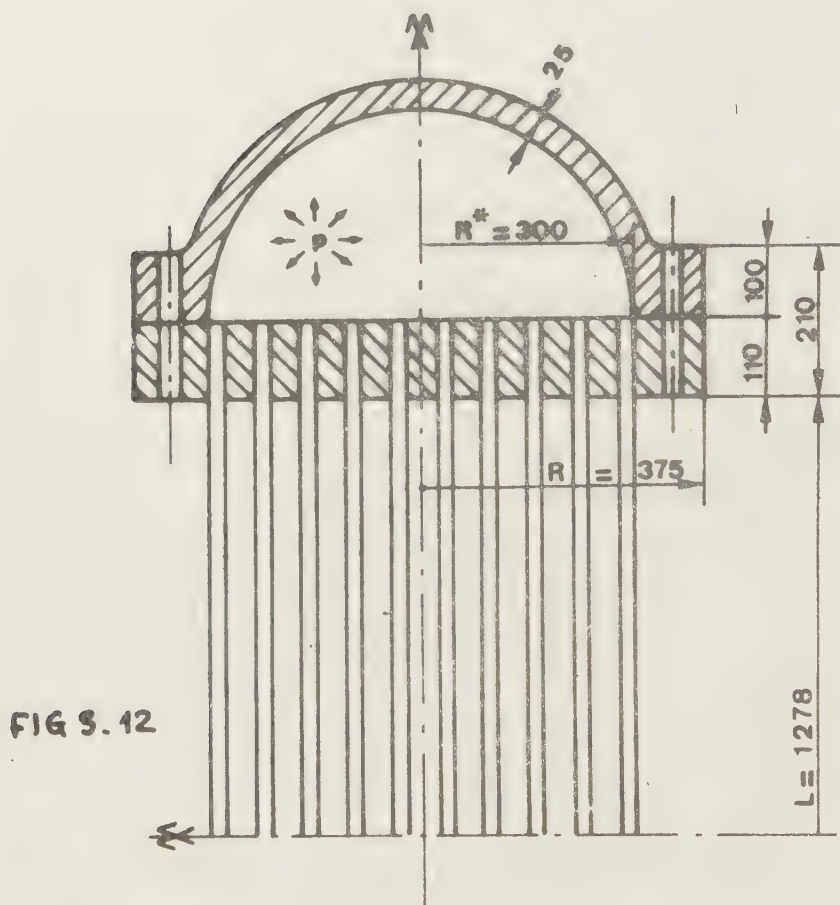


FIG 3.12

La maquette d'un condenseur a été réalisée en acier ($E = 19\,600$ hbar, $\nu = 0,3$) (fig.3-12)

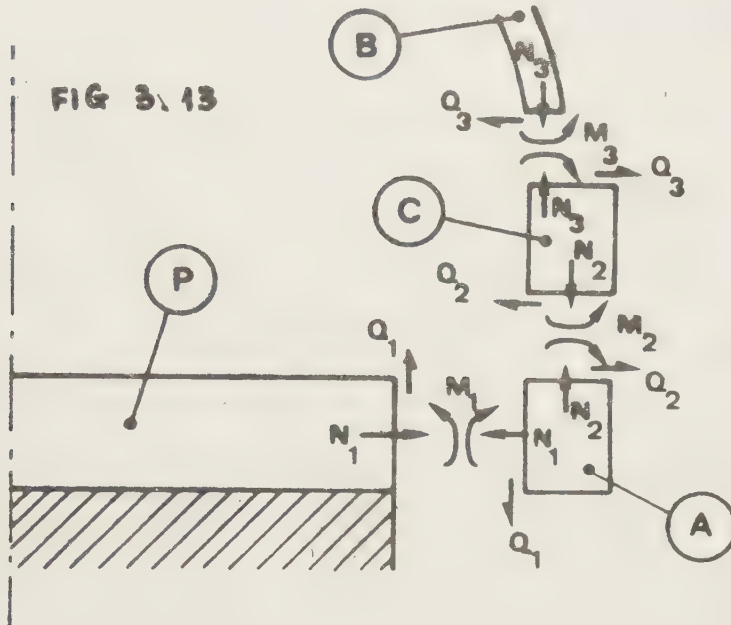
Elle est constituée par 2 plaques circulaires parallèles de rayon $R = 300$ mm, d'épaisseur $H = 110$ mm, reliées entre elles par 1575 tubes 8-10 en cupro-nickel ($E_T = 15\,000$ hbar, $\nu = 0,3$) de longueur 1278 mm.

Chaque plaque est coiffée d'une coquille en acier moulé permettant la mise sous pression interne.

3 - 8.2. Calcul théorique.

L'étude théorique conduit à des résultats suivants :

3 - 8.21. Forces de discontinuité:



Q	= 90,00	daN/mm
N	= 80,10	daN/mm
N	= 84,40	daN/mm
M	= 4776,52	mmdaN/mm
N	= 26,94	daN/mm
M	= 5499,61	mmdaN/mm
Q	= 36,52	daN/mm
M	= 515,45	mmdaN/mm
Q	= 10,31	daN/mm

3 - 8.22. Contraintes dans la plaque tubulaire.

Les contraintes nominales radiales et tangentielles

sont donnée par:

$$\sigma_r^* = \frac{6 M_r^*}{H^2}$$

$$\sigma_t^* = \frac{6 M_t^*}{H^2}$$

$$M_r^* = -0,478 \cdot 10^4 B_{rM} + 2,70 \cdot 10^4 B_{rQ} \quad \text{en mmdaN/mm}$$

$$M_t^* = -0,478 \cdot 10^4 B_{tM} + 2,70 \cdot 10^4 B_{tQ} \quad \text{en mmdaN/mm}$$

Les résultats sont donnés dans le tableau 3 -7

Tableau 3-7.

Distance au centre r/R*	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
σ_r^* (hbar)	2,52	2,35	1,84	0,97	-0,42	-2,37
σ_t^* (hbar)	2,52	2,40	2,11	1,61	0,81	-0,23

L'intensité de contrainte équivalente de ligament à la surface

$$S = K \frac{P}{h} \sigma^*$$

$$S = 1 \times \frac{12,85}{4,35} \times 2,52$$

$$S = 7,46 \text{ hbar}$$

3-8.23. Déformation de la plaque

La flèche est donnée par l'expression :

$$w = 0,578 B_{WM} - 3,26 B_{WQ} + 0,233 \text{ en mm.}$$

Tableau 3-8.

Distance au centre r/R^*	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
W (mm)	0,147	0,137	0,108	0,032	0,069	0,163

3-8.3. Etude expérimentale

L'une des plaques est reposée sur des patins assurant un encastrement, l'autre plaque sur des galets permettant une libre dilatation longitudinale.

Un dispositif spécial a été conçu pour mesurer la flèche au centre de la plaque tubulaire et aux divers points le long d'un rayon. Les déformations sont mesurées à l'aide des comparateurs.

Des jauges à fil résistant ont été collées sur la plaque et sur les tubes. Elles ont permis d'en déduire les contraintes. Les jauges collées sur les tubes ont permis, en outre, d'en déduire la flèche de la plaque.

- 4. Confrontation des résultats théoriques et expérimentaux.

L'intensité de contrainte moyenne à la surface mesurée au centre de la plaque est : $S = 6 \text{ hbar}$, résultat à confronter avec

7,46 hbar trouvés théoriquement.

La figure 3-14 donne la comparaison des flèches calculées et mesurées.

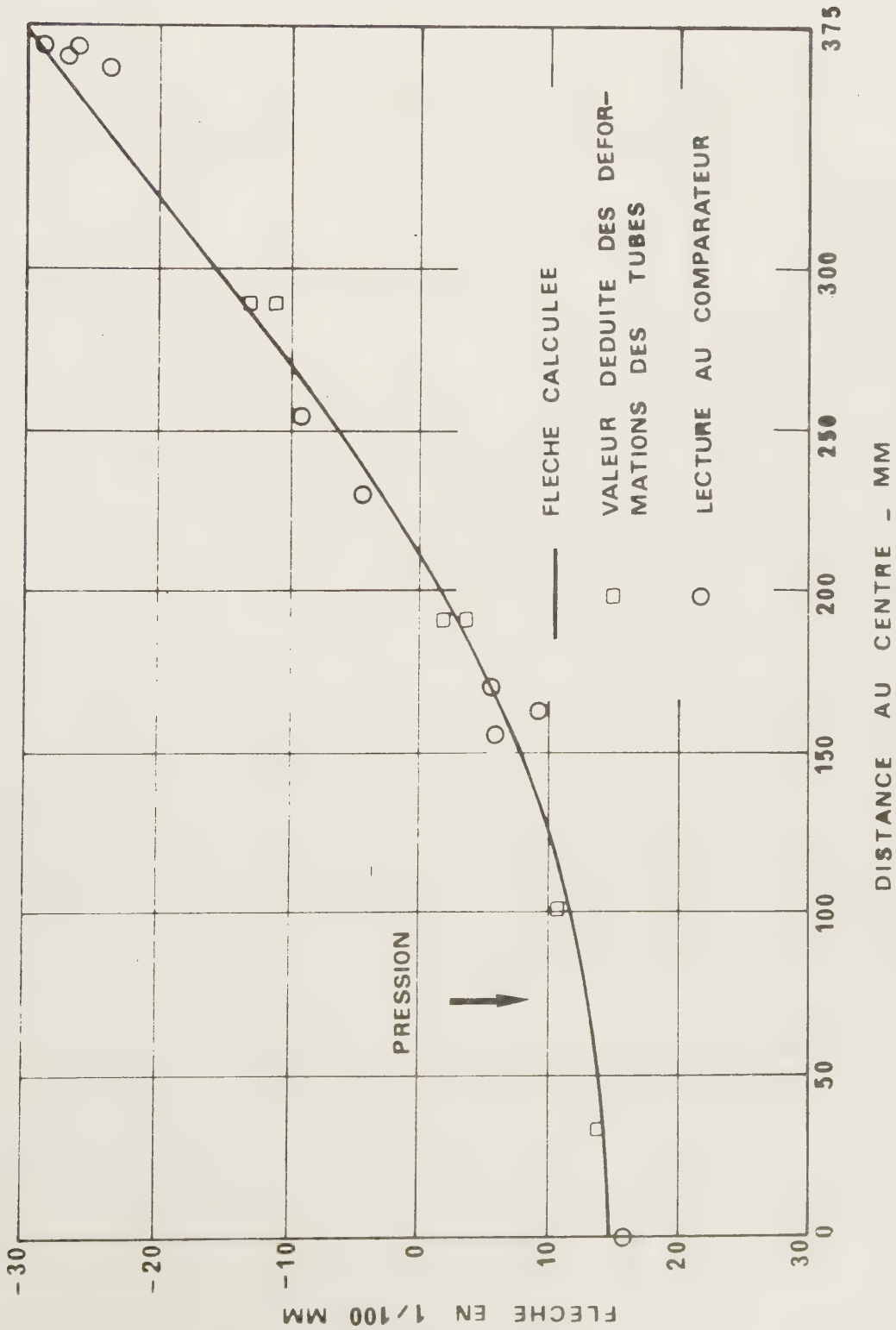


FIG 3. 14

Chapitre 4

NOUVELLE CONCEPTION DES ECHANGEURS DE CHALEUR : UTILISATION DES PLAQUES TRES MINCES

Dans ce chapitre, le problème de l'allègement de la plaque d'échangeur est abordé. Nous avons cherché à utiliser les plaques minces pour les échangeurs à 2 plaques fixes reliées entre-elles par un faisceau de tubes rectilignes. Nous avons montré théoriquement puis vérifié par l'expérience, comment on peut réduire considérablement l'épaisseur de la plaque, pour les mêmes conditions de dimensions et de pression, sans pour cela augmenter notablement les contraintes.

4-1. INTRODUCTION

Jusqu'à présent, les échangeurs avaient généralement leurs plaques épaisses. Par exemple, une plaque d'échangeur de diamètre 300 mm, d'épaisseur 220 mm, recevant des tubes d'épaisseur 1,5 mm, a ainsi la sienne environ 150 fois plus grande que celle des tubes. Il y a une grande différence d'épaisseur entre la plaque et le tube, bien que ces composants subissent la même pression. Ceci nous amène à réduire l'épaisseur de la plaque de manière à obtenir le même ordre de grandeur que pour celle des tubes.

4-2. BASE THEORIQUE

Nous avons vu que, pour un échangeur à 2 plaques fixes reliées entre elles par un faisceau de tubes rectilignes, le faisceau de tubes agit comme une fondation élastique.

Les plaques et le faisceau de tubes sont soumis à la même pression P . La répartition d'effort dans la plaque et dans le faisceau tubulaire dépend de la rigidité relative plaque - fondation.

La théorie est basée sur 3 points suivants :

1°) En réduisant l'épaisseur de la plaque, celle-ci va travailler en membrane et l'effort résultant de la pression est transmis intégralement au faisceau de tubes.

2°) La plaque peut être considérée comme un assemblage de rondelles de diamètre extérieur égal au pas. A chaque tube, on associe un élément de plaque ainsi décomposée. La distribution de contrainte est ainsi identique dans tous les éléments de plaque et dans tous les tubes.

3°) L'introduction des soufflets de dilatation permet de désolidariser les plaques munies de tubes du reste de la structure, et de supprimer les effets de dilatation thermique.

Le schéma de principe déduit de cette théorie est représenté à la figure 4 - 1.

Selon cette théorie, pour calculer la contrainte dans la plaque, il suffit d'étudier un élément de plaque quelconque.

Pour calculer la contrainte dans le soufflet et dans le faisceau de tubes, nous déterminons d'abord la résultante des forces s'exerçant sur le soufflet et sur le faisceau.

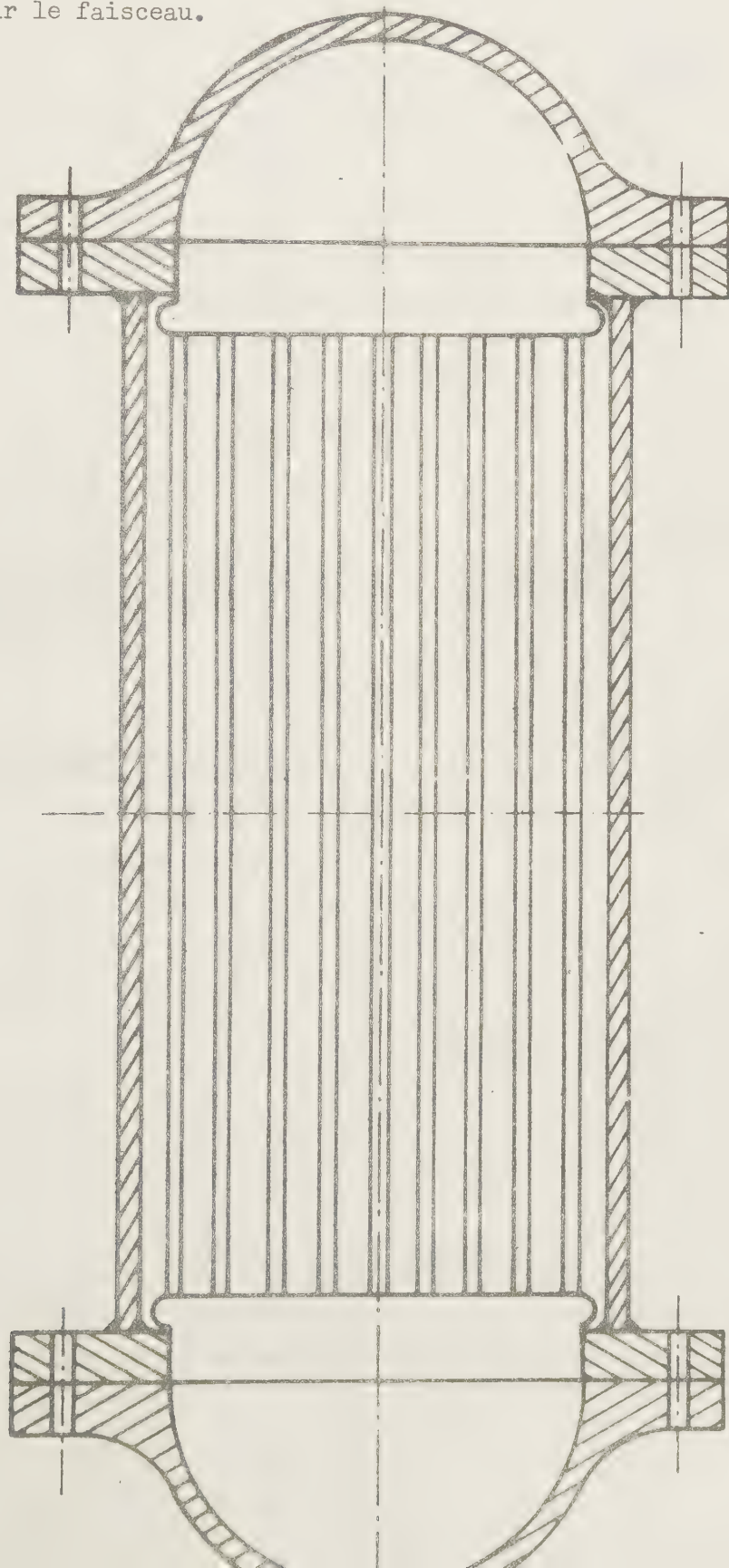


Fig. 4-1. Echangeur à plaques minces.

4-3. ETUDE TECHNOLOGIQUE

4 - 3.1. Fixation des tubes.

Pour les plaques minces, les tubes ne sont pas fixés par clouage, mais sont soudés à des bossages obtenus par emboutissage de la plaque, ceci afin de prévenir d'éventuels retraits. (Fig. 4-2)

Des essais ont été effectués sur des échantillons de tube pour déterminer la soudure optimale compatible avec une bonne résistance.

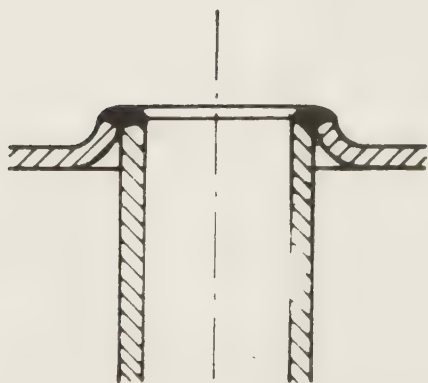


FIG. 4-2

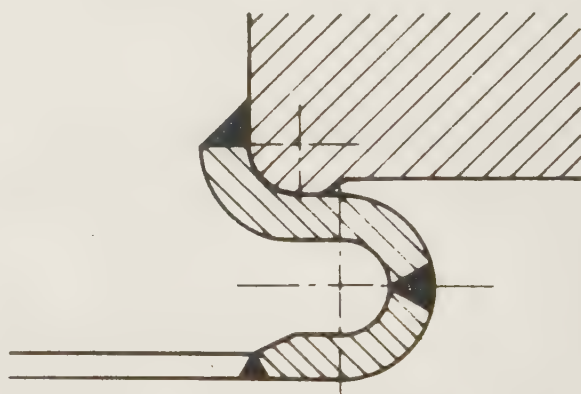


FIG 4-3

4 - 3.2. Forme des soufflets.

La partie la plus sensible de l'échangeur nous a semblé dans les soufflets.

Le soufflet adopté a une forme en U (fig. 4 - 3) constitué de 2 demi-ondulations assemblées entre elles par soudure. Son épaisseur est plus grande que celle de la plaque, afin d'augmenter la résistance.

4 - 4. DETERMINATION DES FORCES S'EXERÇANT SUR LE SOUFFLET ET SUR LE FAISCEAU DE TUBES.

L'échangeur fig. 4-1, est schématisé comme indique la figure 4-4.

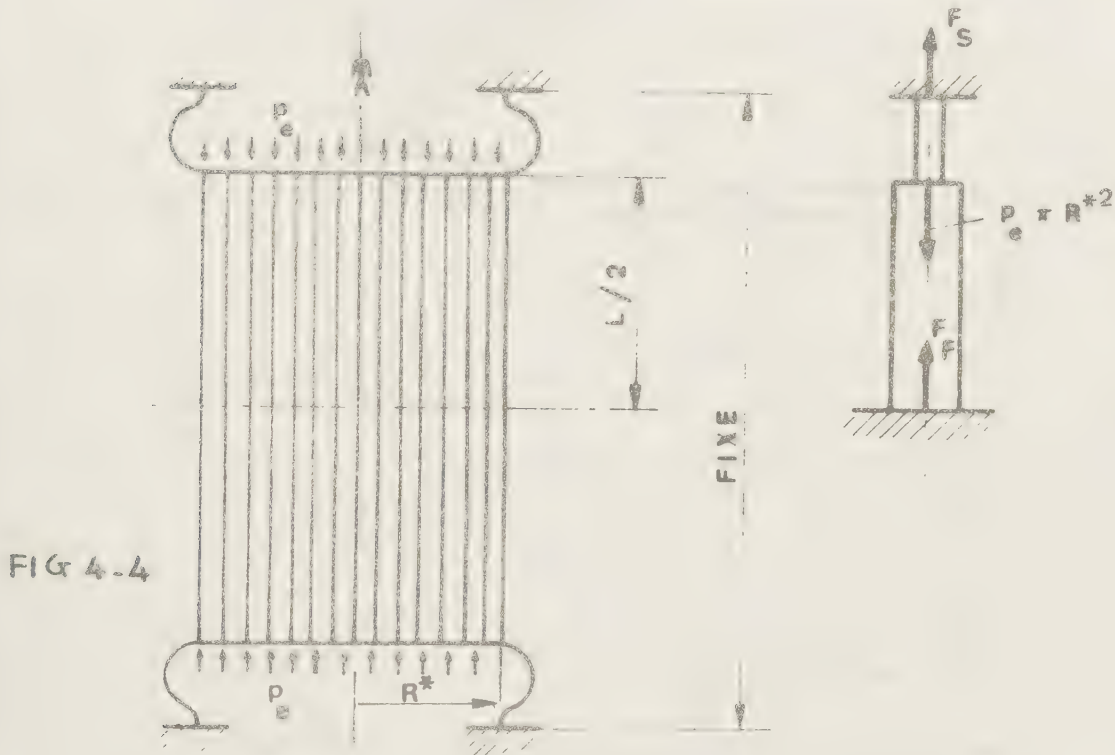


FIG 4-4

- F_s = force s'exerçant sur le soufflet, daN
- F_f = force s'exerçant sur le faisceau, daN
- δ_s = allongement du soufflet, mm
- δ_f = raccourcissement du faisceau, mm
- e_t = épaisseur des tubes
- p_e = pression effective, hbar

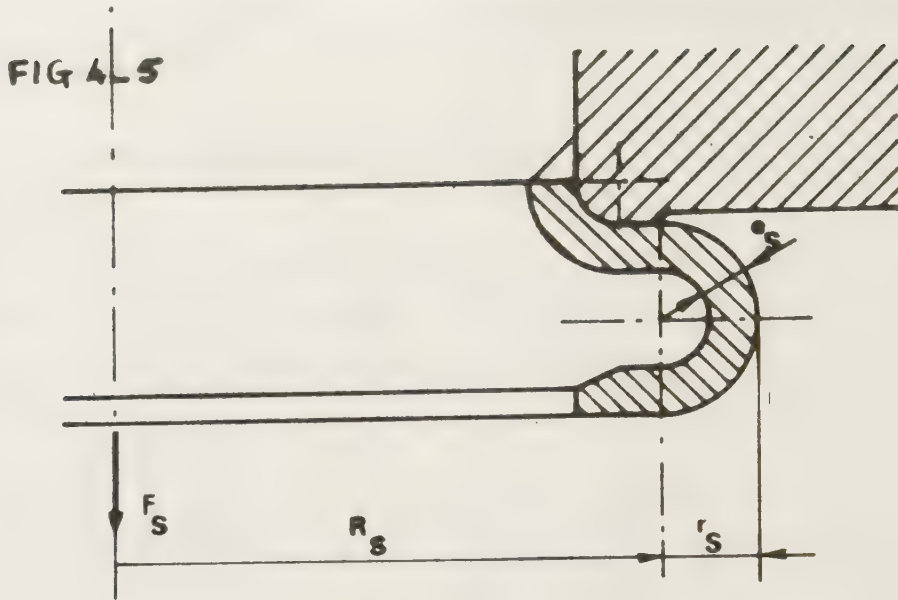
$$p_e = f_B p_B - f_c p_c \quad \dots (4-1)$$

f_B = fraction de l'aire de la plaque sur laquelle agit la pression p_B

$$f_B = 1 - \frac{N}{4} \left(\frac{d - 2e_t}{R^*} \right)^2$$

f_c = fraction de l'aire de la plaque sur laquelle agit la pression p_c

$$f_c = 1 - \frac{N}{4} \left(\frac{d}{R^*} \right)^2$$



L'allongement du soufflet est :

$$\delta_s = S_s F_s \quad \text{--- (4-2)}$$

où S_s = souplesse du soufflet

$$S_s = \frac{1,813 n r_s \sqrt{1-\nu^2}}{\pi E e_s^2} \quad \text{--- (4-3)}$$

n = nombre d'ondulations semi-circulaires.

Le raccourcissement des tubes est :

$$\delta_F = S_F F_F \quad \text{--- (4-4)}$$

où S_F = souplesse du faisceau

$$S_F = \frac{L}{2 E N \pi (R_{Te}^2 - R_{Ti}^2)} \quad \text{--- (4-5)}$$

Les conditions d'équilibre et de compatibilité des déformations permettent d'obtenir le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} S_s F_s - S_F F_F = 0 \\ F_s + F_F = p_e \pi R^*{}^2 \end{cases}$$

$$F_s = \frac{p_e \pi R^*{}^2}{\left(1 + \frac{S_s}{S_F}\right)}$$

$$F_F = \frac{p_e \pi R^*{}^2}{\left(1 + \frac{S_F}{S_s}\right)}$$

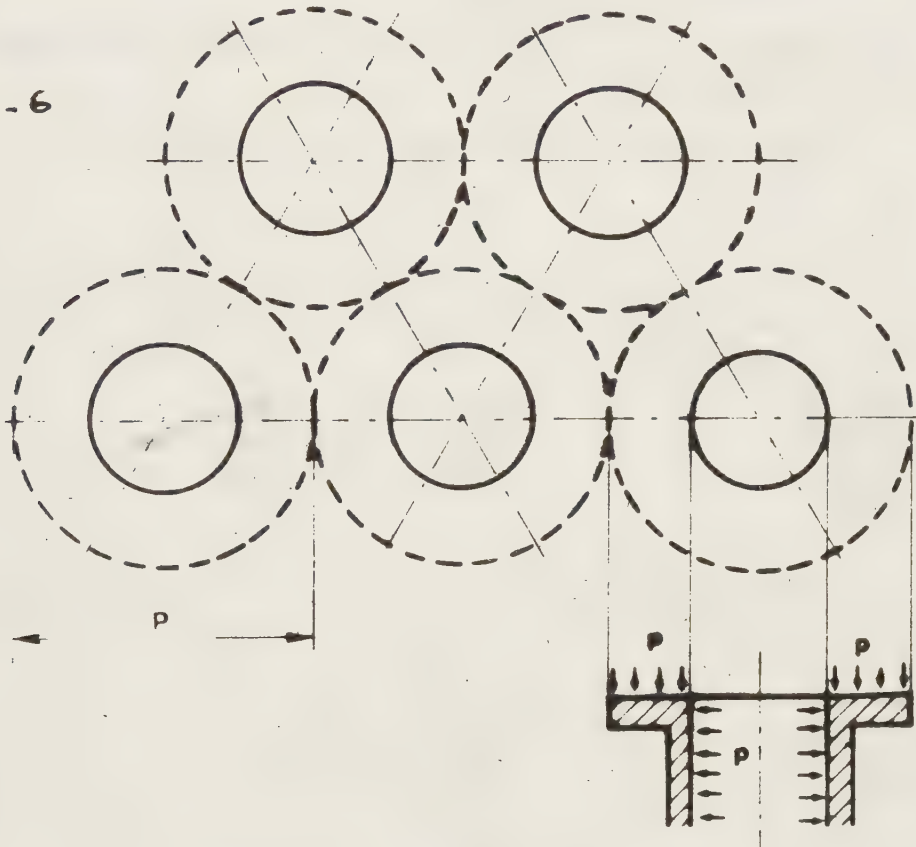
--- (4-6)

4 - 5. ANALYSE DE CONTRAINTE DANS LA PLAQUE.

La plaque est décomposée en rondelles de diamètre extérieur égal au pas. (fig. 4-6)

A chaque tube on associe l'élément de plaque correspondant.

FIG 4-6

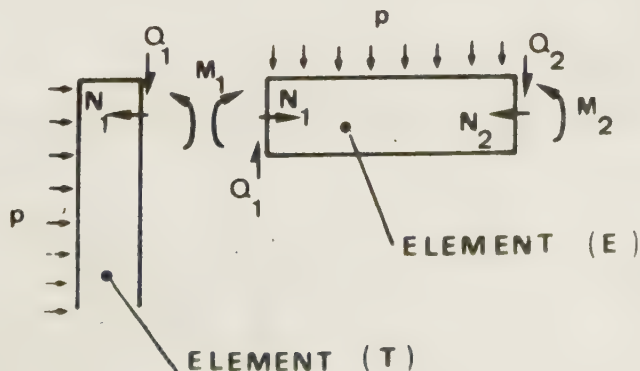


4-5.1. Forces de discontinuité.

Les forces de discontinuité entre un élément de plaque et un tube, et entre 2 éléments de plaques sont données à la fig. 4-7.

p = pression différentielle , $P = p_B - p_c$

FIG. 4-7



A cause de la symétrie, on a, à la jonction (2)

$$Q_2 = 0$$

L'équilibre statique donne :

$$Q_1 = \frac{F}{2\pi N R_T e} \quad \dots (4-7)$$

Les autres reconnues N_1 M_1 N_2 M_2 sont obtenues par les équations de continuités suivantes.

$$\theta_{T1} = \theta_{E1}$$

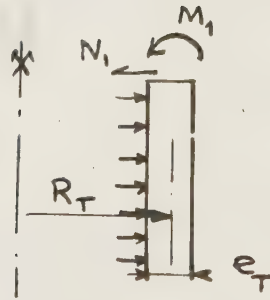
$$u_{T1} = u_{E1}$$

$$\theta_{P2} = 0$$

$$u_{P2} = 0$$

Tube

FIG. 4-8



Les déformations du bord du tube sont :

$$[D_{T1}] = \begin{bmatrix} u_{T1} \\ \theta_{T1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2\lambda_T}{k_T} & -\frac{2\lambda_T^2}{k_T} \\ -\frac{2\lambda_T^2}{k_T} & -\frac{4\lambda_T^3}{k_T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ M_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{P R_T^2}{2 E_T e_T} (2-\nu) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots (4-8)$$

$$k_T = \frac{E_T e_T}{R_T^2}$$

$$\lambda_T = \left[\frac{3(1-\nu^2)}{R_T^2 e_T^2} \right]^{1/4}$$

Elément de plaque.

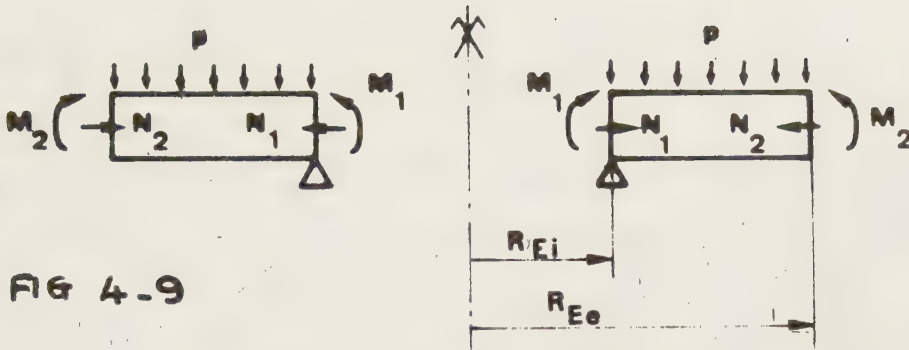


FIG 4-9

Les déformations du bord de l'élément de plaque sont :

$$\begin{bmatrix} u_{E1} \\ \theta_{E1} \\ u_{E2} \\ \theta_{E2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_{E1}}{EH} \left(\frac{R_{Ee}^2 + R_{Ei}^2}{R_{Ee}^2 - R_{Ei}^2} + \nu \right) & 0 & -\frac{2 R_{E1} R_{Ee}^2}{EH (R_{Ee}^2 - R_{Ei}^2)} & 0 \\ 0 & \frac{R_{E1}^3}{D(R_{Ee}^2 - R_{Ei}^2)} \left[\frac{1}{1+\nu} + \frac{R_{Ee}^2}{R_{Ei}^2(1-\nu)} \right] & 0 & -\frac{R_{E1} R_{Ee}^2}{D(R_{Ee}^2 - R_{Ei}^2)} \left(\frac{1}{1+\nu} + \frac{1}{1-\nu} \right) \\ \frac{2 R_{E1}^2 R_{Ee}}{EH (R_{Ee}^2 - R_{Ei}^2)} & 0 & -\frac{R_{Ee}}{EH} \left(\frac{R_{Ee}^2 + R_{Ei}^2}{R_{Ee}^2 - R_{Ei}^2} - \nu \right) & 0 \\ 0 & \frac{2 R_{E1}^2 R_{Ee}}{D(1-\nu^2)(R_{Ee}^2 - R_{Ei}^2)} & 0 & -\frac{R_{Ee}}{D(1-\nu^2)} \left(\frac{R_{Ee}^2 + R_{Ei}^2}{R_{Ee}^2 - R_{Ei}^2} - \nu \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_{E1}^0 \\ 0 \\ \theta_{E2}^0 \end{bmatrix} \quad \dots(4-9)$$

$$D = \frac{EH^3}{12(1-\nu^2)} \quad \dots(4-9a)$$

$$\theta_{E1}^0 = \frac{p R_{E1}}{8D(1-\nu)} \left[\frac{R_{Ee}^2(1+3\nu) + R_{Ei}^2(1-\nu)}{1+\nu} + \frac{4 R_{E1}^4}{R_{Ee}^2 - R_{Ei}^2} \log \frac{R_{E1}}{R_{Ee}} \right] \dots(4-9b)$$

$$\theta_{E2}^0 = \frac{p R_{Ee}}{8D(1-\nu)} \left[\frac{-R_{Ee}^2(1-\nu) + R_{Ei}^2(3+\nu)}{1+\nu} + \frac{4 R_{E1}^2 R_{Ee}^2}{R_{Ee}^2 - R_{Ei}^2} \log \frac{R_{E1}}{R_{Ee}} \right] \dots(4-9c)$$

Les conditions de continuité donnent l'équation matricielle suivante : (tableau 4 - 1)

$$\begin{bmatrix}
 \frac{R_{Ei}}{EH} \left(\frac{R_{Ec}^2 + R_{Ei}^2}{R_{Ec}^2 - R_{Ei}^2} \right) + \frac{2\lambda_T}{k_T} & 2\lambda_T^2 \frac{1}{k_T} & -\frac{2R_{Ei} R_{Ec}^2}{EH(R_{Ec}^2 - R_{Ei}^2)} & 0 \\
 \frac{2\lambda_T^2}{k_T} & \frac{R_{Ei}^3}{D(R_{Ec}^2 - R_{Ei}^2)} \left[\frac{1}{1+\nu} + \frac{R_{Ec}^2}{R_{Ei}^2(1-\nu)} \right] + \frac{4\lambda_T^3}{k_T} & 0 & -\frac{R_{Ei} R_{Ec}^2}{D(R_{Ec}^2 - R_{Ei}^2)} \left(\frac{1}{1+\nu} + \frac{1}{1-\nu} \right) \\
 \frac{2R_{Ei}^2 R_{Ec}}{EH(R_{Ec}^2 - R_{Ei}^2)} & 0 & -\frac{R_{Ec}}{EH} \left(\frac{R_{Ec}^2 + R_{Ei}^2}{R_{Ec}^2 - R_{Ei}^2} - \nu \right) & 0 \\
 0 & \frac{2R_{Ei}^2 R_{Ec}}{D(1-\nu^2)(R_{Ec}^2 - R_{Ei}^2)} & 0 & -\frac{R_{Ec}}{D(1-\nu^2)} \left(\frac{R_{Ec}^2 + R_{Ei}^2}{R_{Ec}^2 - R_{Ei}^2} - \nu \right)
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 N_1 \\
 M_1 \\
 N_2 \\
 M_2
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \frac{pR_T^2}{2E_{+T}} (2-\nu) \\
 -\theta_{E1}^0 \\
 0 \\
 -\theta_{E2}^0
 \end{bmatrix}$$

4 - 5.2. Contrainte dans la plaque.

FIG 4-10.a

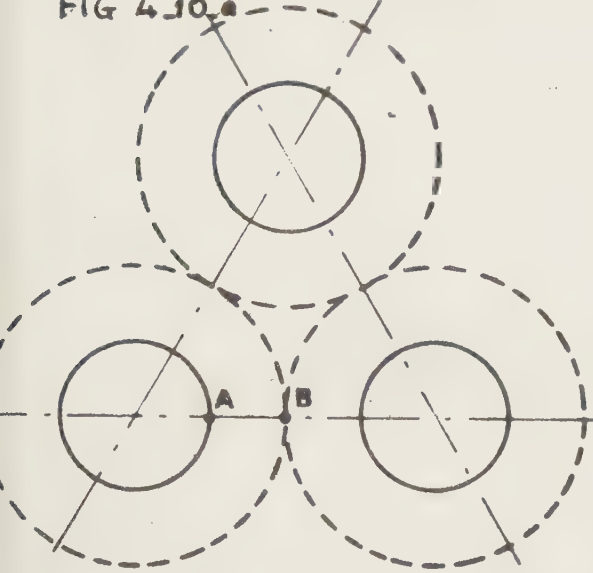
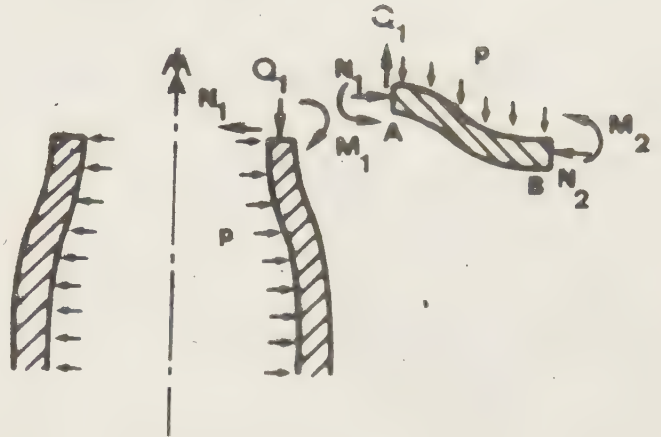


FIG. 4-10.b



4 - 5.2.1. Contrainte de ligament (point B)

Elle est due à l'effort normal N_2 et au moment de flexion M_2 .

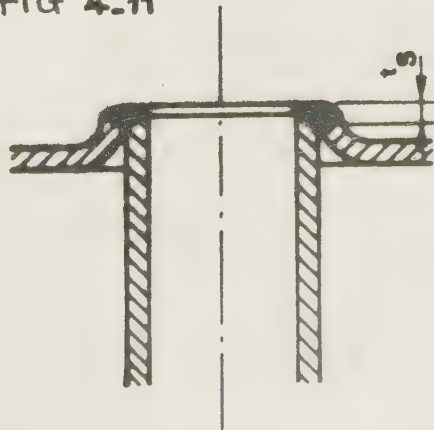
$$\sigma_{\text{lig}} = -\frac{N_2}{H} \pm \frac{6M_2}{H^2} \quad \begin{array}{l} + \text{ surface supérieure} \\ - \text{ surface inférieure.} \end{array} \quad \text{---(4-10)}$$

4 - 5.2.2. Contrainte au bord du trou (point A)

$$\sigma_{\text{bord}} = -\frac{N_1}{H} \pm \frac{6M_1}{H^2} \quad \begin{array}{l} + \text{ surface supérieure} \\ - \text{ surface inférieure.} \end{array} \quad \text{---(4-11)}$$

4 - 5.3. Contrainte dans la soudure :

FIG 4-11



t_s : épaisseur de la soudure.

La contrainte de cisaillement dans la soudure est : (fig. 4 -11)

$$\tau = \frac{F_F}{2\pi N R_{Te} t_s} \quad \text{---(4-12)}$$

4 - 5.4. Contrainte dans le tube :

Contrainte longitudinale :

$$\sigma_l = \frac{F_F}{N\pi(R_{Te}^2 - R_{Ti}^2)} \pm 6 \frac{M_x}{e_T^2} \quad \begin{array}{l} \text{- surface extérieure} \\ \text{+ surface intérieure.} \end{array}$$

$$M_x = -\frac{B_{\lambda x}}{\lambda_T} N_1 + A_{\lambda x} M_1$$

$$A_{\lambda x} = e^{-\lambda x} \sin \lambda x$$

$$B_{\lambda x} = e^{-\lambda x} (\cos \lambda x + \sin \lambda x)$$

$$\sigma_l = \frac{F_F}{N\pi(R_{Te}^2 - R_{Ti}^2)} \pm \frac{6 N_1}{e_T^2 \lambda_T} B_{\lambda x} \mp \frac{6 M_1}{e_T^2} A_{\lambda x} \quad \text{---(4-13)}$$

Contrainte circonférentielle.

Elle est égale à la somme de la contrainte de membrane ; de celle due à la déformation radiale et de celle due à l'effet de Poisson.

$$\sigma_c = p \frac{2 R_{Ti}^2}{R_{Te}^2 - R_{Ti}^2} + \frac{E_T u_x}{R_T} - \nu \frac{6 M_x}{e_T^2} \quad \text{à la surface externe}$$

$$M_x = -\frac{B_{\lambda x}}{\lambda_T} N_1 + A_{\lambda x} M_1$$

$$u_x = \frac{2 \lambda_T}{k_T} N_1 D_{\lambda x} - \frac{2 \lambda_T^2}{k_T} M_1 C_{\lambda x}$$

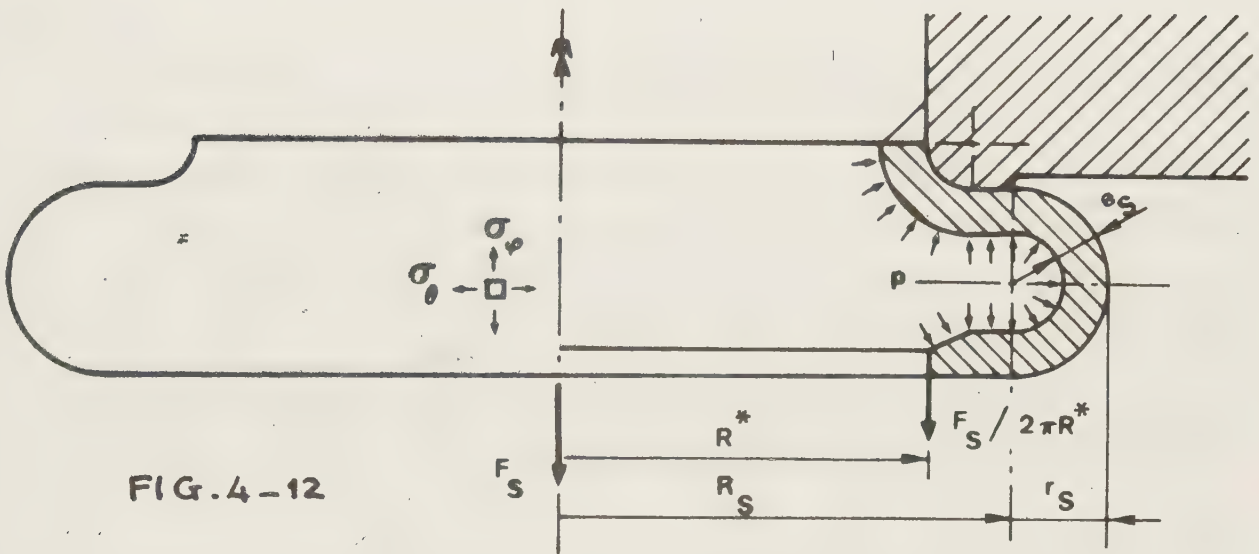
$$C_{\lambda x} = e^{-\lambda x} (\cos \lambda x - \sin \lambda x)$$

$$D_{\lambda x} = e^{-\lambda x} \cos \lambda x$$

$$\sigma_c = p \frac{2 R_{Ti}^2}{R_{Te}^2 - R_{Ti}^2} + \frac{E_T}{R_T} \frac{2 \lambda_T}{k_T} N_1 D_{\lambda x} - \frac{E_T}{R_T} \frac{2 \lambda_T^2}{k_T} M_1 C_{\lambda x} + \frac{6 \nu}{e_T^2 \lambda_T} N_1 B_{\lambda x} - \frac{6 \nu}{e_T^2} M_1 A_{\lambda x} \quad \text{---(4-14)}$$

4 - 6. CONTRAINTES DANS LE SOUFFLET.

Le soufflet est soumis à l'effort axial F_S et à la pression p .



La contrainte méridienne maximale est donnée par:

$$\sigma_{\varphi} = \pm \frac{1,63}{2\pi e_S R_S \sqrt{1-\nu^2}} \sqrt{\frac{R_S r_S}{e_S}} \left[F_S + p \pi (R_S^2 - R^{*2}) \right] \pm \left[\frac{0,955}{3\sqrt{1-\nu^2}} \sqrt{\left(\frac{R_S r_S}{e_S} \right)^2} \right] p \quad \dots (4-15)$$

+ surface intérieure

- surface extérieure

La contrainte circonférencielle est due à l'effet de Poisson:

$$\sigma_{\theta} = \nu \sigma_{\varphi} \quad \dots (4-16)$$

-7. ETUDE THEORIQUE D'UN PROTOTYPE

Un prototype a été construit pour vérifier la théorie précédemment exposée.

Dans ce paragraphe, nous donnons les résultats théoriques obtenus à partir de ce prototype. Ces résultats seront confrontés avec ceux donnés par l'étude expérimentale exposée dans le prochain paragraphe.

4-7.1. Description du prototype

Les plaques ont 696mm de diamètre, 3mm d'épaisseur, et sont reliées entre elles par 253 tubes rectilignes 20-25 (épaisseur des tubes: 2,5mm), de longueur 1250mm. Les trous, à pas triangulaires ($P=40\text{mm}$), sont extrudés et les tubes y sont soudés bord à bord (fig.4-13)

Pour avoir un meilleur accès, la virole extérieure de l'échangeur est remplacée par 16 tirants de diamètre 50mm. (Fig.4-14)

Les principales dimensions des divers éléments sont :

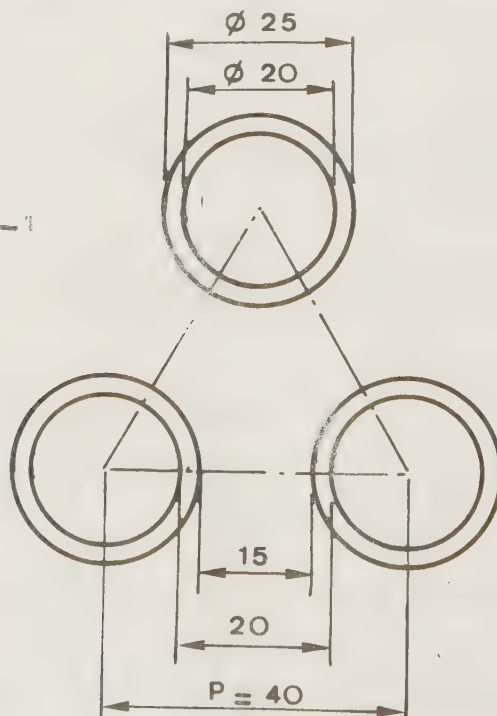
Plaque tubulaire :

Rayon de la plaque percée $R^* = 330\text{mm}$

Épaisseur $H = 3\text{mm}$

Pas $P = 40\text{mm}$

FIG. 4-1



Faisceau tubulaire :

Nombre de tubes	$N = 253$ tubes
Longueur des tubes	$L = 1250\text{mm}$
Diamètre extérieur des tubes	$d_e = 25\text{mm}$
Diamètre intérieur des tubes	$d_i = 20\text{mm}$
Epaisseur des tubes	$e_t = 2,5\text{mm}$

Soufflet :

Grand rayon	$R_s = 359\text{mm}$
Petit rayon	$r_s = 12\text{mm}$
Epaisseur du soufflet	$e_s = 6\text{mm}$

Les autres dimensions sont données aux Fig. 4-14 et 4-19.

Les plaques à tubes sont en acier spécial à soudure XC18S.

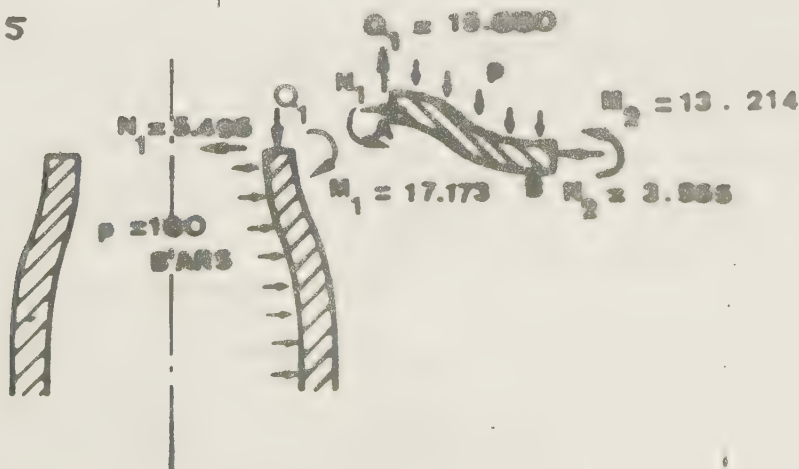
Les tubes sont en acier doux A37.

4-7.2. Résultats théoriques.

Les calculs sont effectués pour une pression interne égale à l'unité ($p = 1$ hbar).

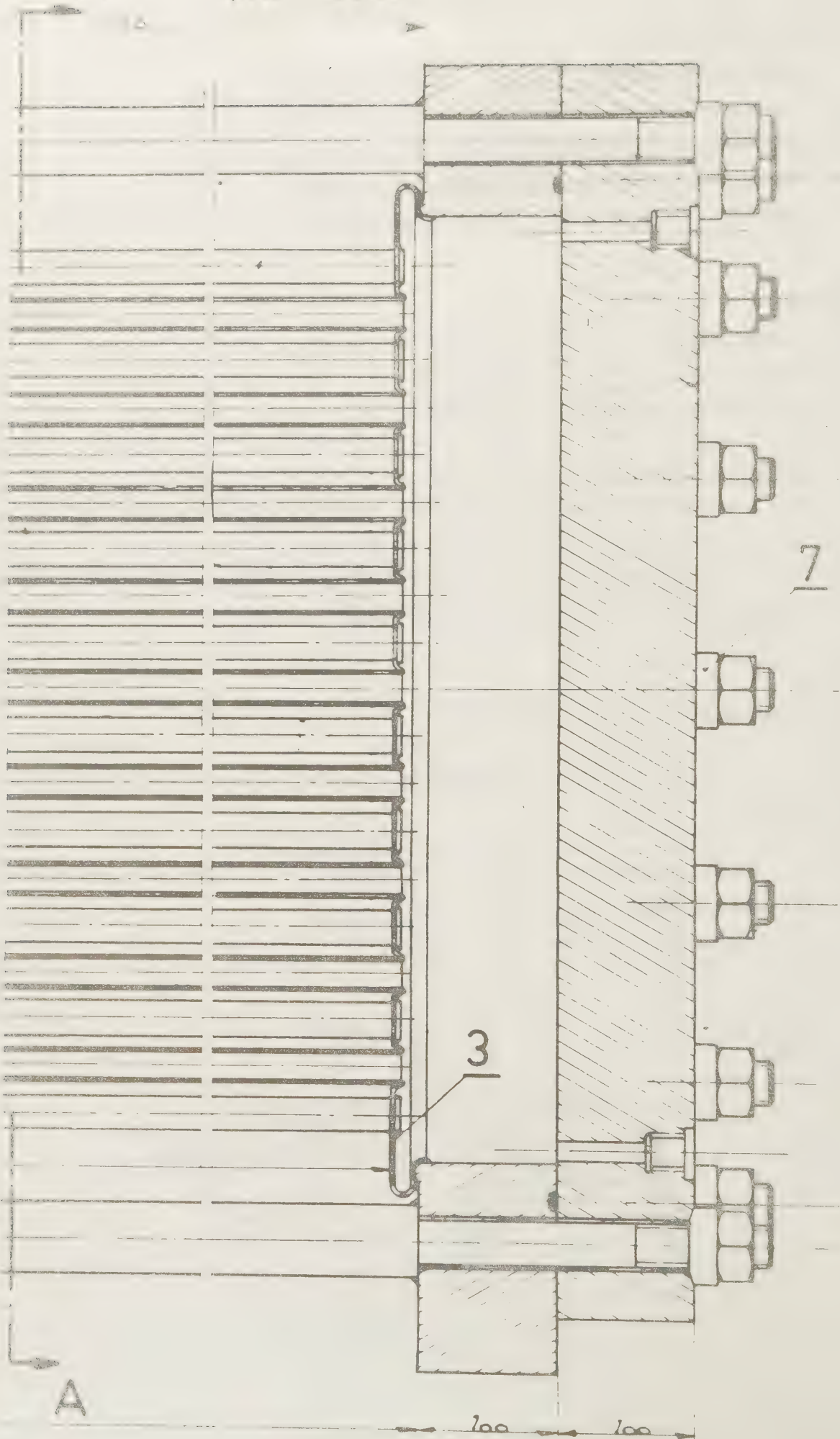
L'équation matricielle (tableau 4-1) donne les forces de discontinuité (Fig. 4-15).

FIG 4-15



A

FIG. 4-14



Dans la plaque, la contrainte de ligament (point B) et la contrainte au bord des trous (point A) sont :

$$\sigma_{\text{lig}} = \begin{array}{ll} - 9,99 p & \text{à la surface supérieure} \\ 7,63 p & \text{à la surface inférieure} \end{array}$$

$$\sigma_{\text{bord}} = \begin{array}{ll} 9,60 p & \text{à la surface supérieure} \\ -13,26 p & \text{à la surface inférieure} \end{array}$$

Dans les tubes, les contraintes circonférencielles et longitudinales sont:

$$\sigma_c = 3,56 p$$

$$\sigma_l = -5,59 p$$

Dans le soufflet, les contraintes méridiennes et circonférencielles sont:

$$\begin{array}{ll} \sigma_{\varphi} = \pm 43,72 p & \begin{array}{l} + \text{ surface intérieure} \\ - \text{ " extérieure} \end{array} \\ \sigma_{\theta} = \pm 13,12 p & \end{array}$$

La flèche de la plaque est donnée par le raccourcissement des tubes.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta L}{L} = \epsilon_l &= \frac{1}{E} (\sigma_l - \nu \sigma_c) \\ &= \frac{1}{20000} (-5,59 p - 0,3 \times 3,56 p) \\ \frac{\Delta L}{L} &= - 333 \cdot 10^{-6} p \end{aligned}$$



4.1911. 816

Fig. 4-16. Installation générale de l'essai.

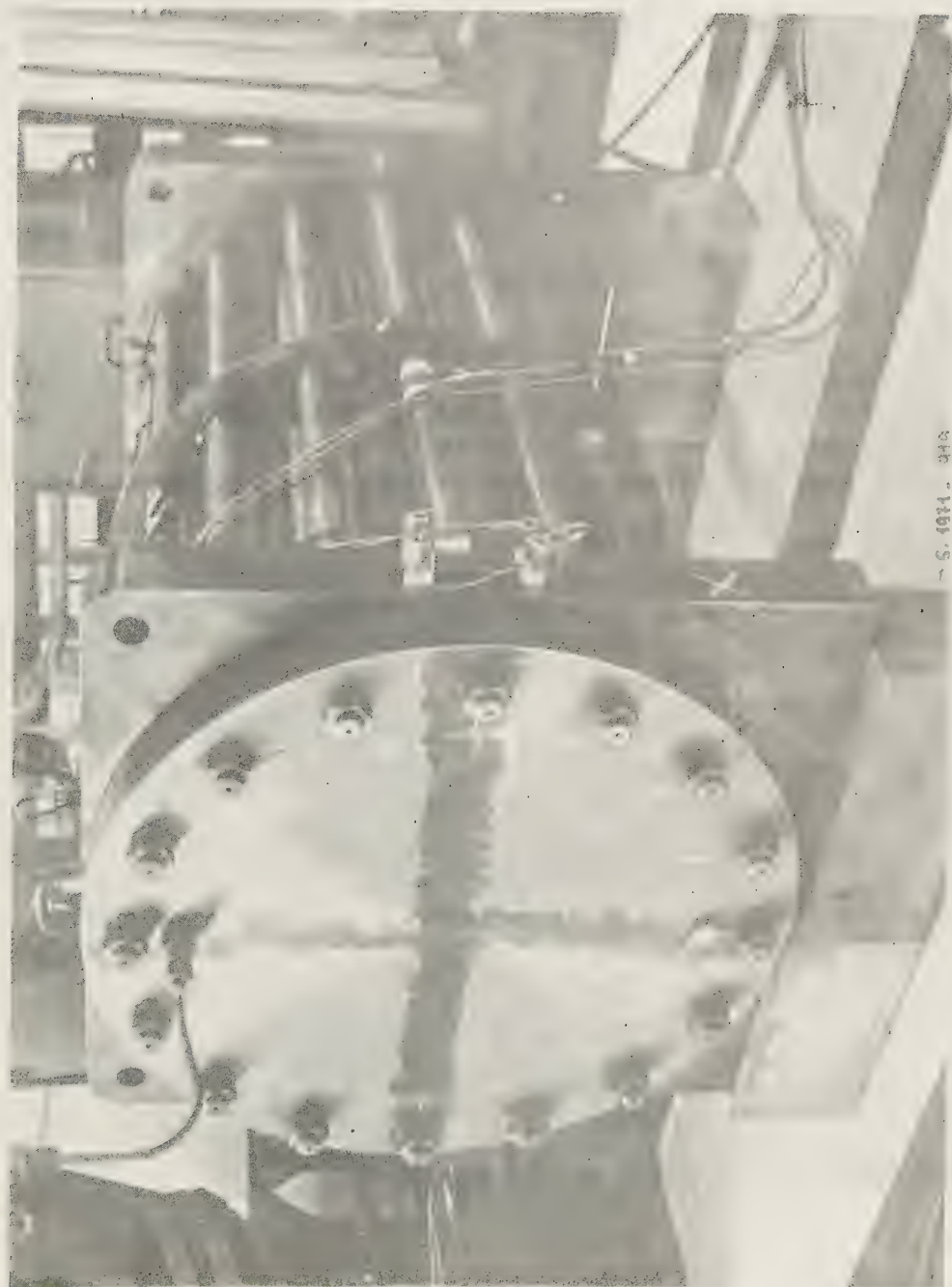


Fig. 4-17. Maquette de l'échangeur à plaques minces.

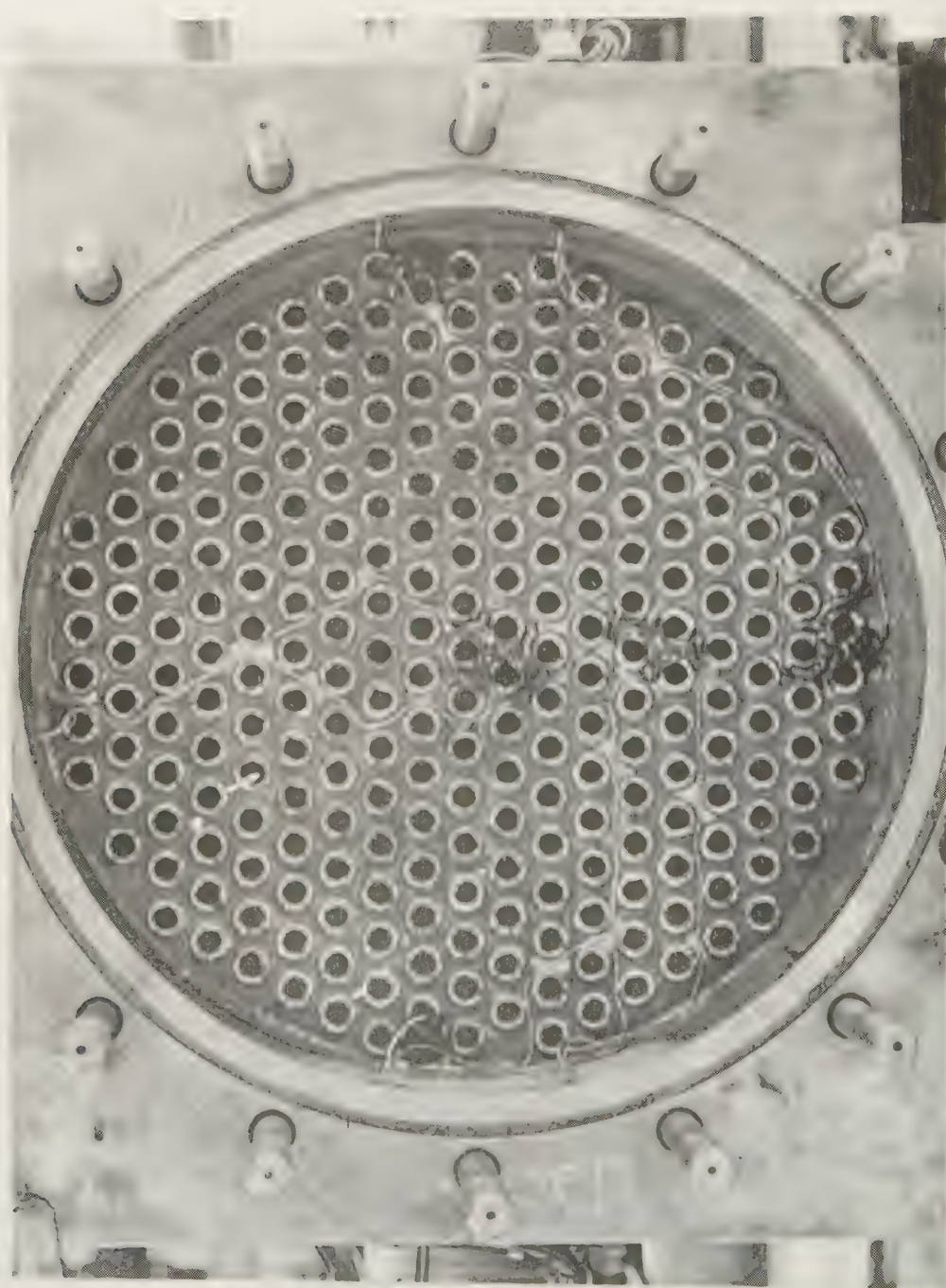
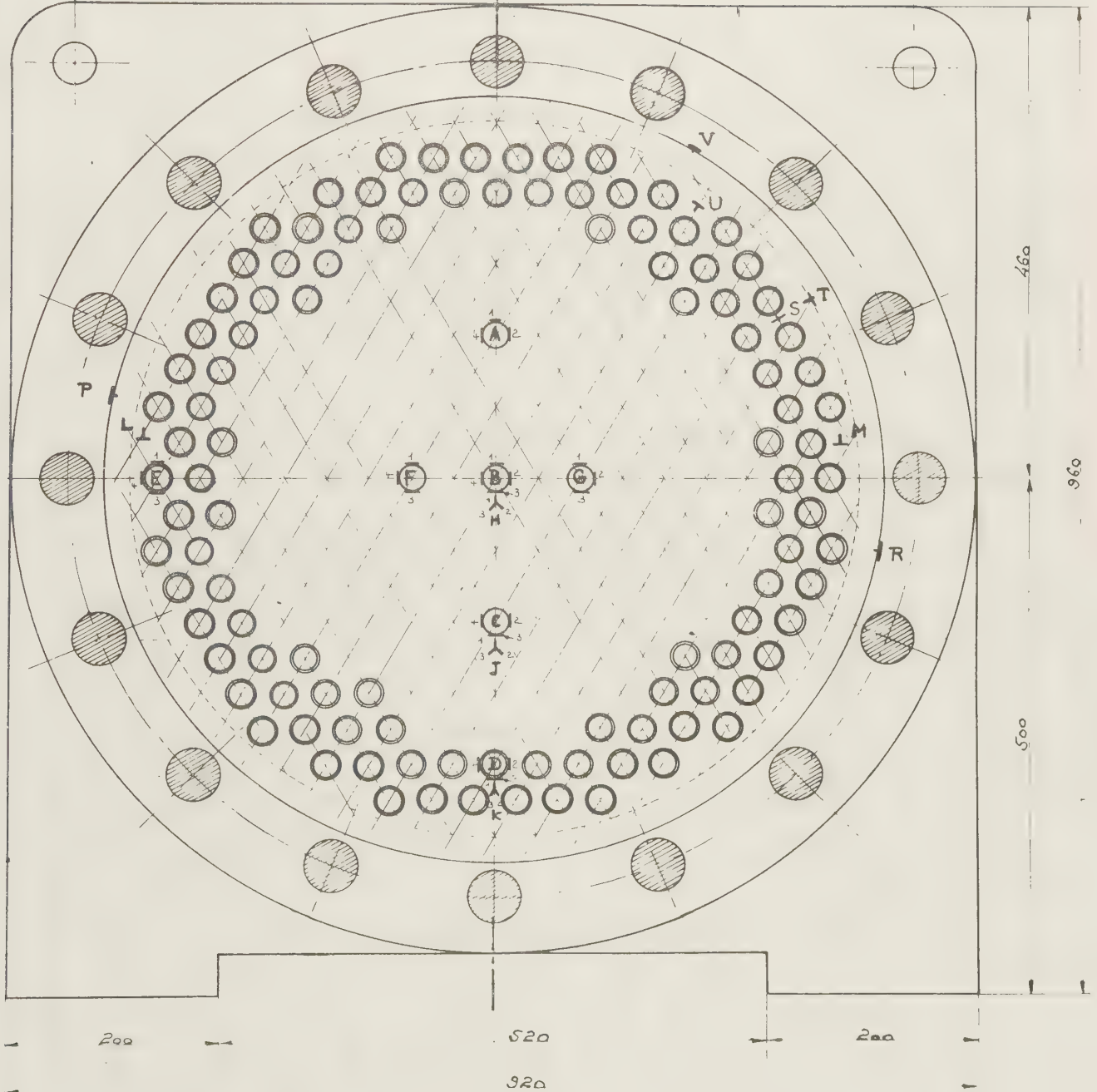


Fig. 4-18. Photographie de la plaque.

FIG. 4.19. Echangeur - maquette à plaques minces K 704B

plaque

Position des Jauges d'extensométrie



4-8. ETUDE EXPERIMENTALE DU PROTOTYPE .

4-8.1. Description de l'installation .

L'installation générale comprend essentiellement: (FIG.4-16)

- 1 - le prototype (Fig. 4-17)
- 2 - deux chaines d'extensométrie, l'une ayant 41 voies (BUDD) et l'autre 30 voies (SOLATRON) avec imprimante.
- 3 - des manomètres

Des jauges à fil résistant ont été collées aux divers points sensibles sur la plaque, sur le soufflet et sur les tubes pour déterminer les contraintes (Fig. 4-19). Les jauges collées sur les tubes permettent en outre d'en déduire la flèche des plaques.

4-8.2. Déroulement des essais et résultats.

La mise sous pression et la décharge se sont faites par paliers de 10 bars en 10 bars. Chaque palier de pression a été maintenu constant pendant 10 minutes. Les relevés ont été effectués au début et à la fin de chaque pression.

Les résultats pour 20 bars , 40 bars et 60 bars sont donnés dans le tableau 4-2.

Les contraintes sont déduites des déformations par les relations suivantes:

$$\sigma_I = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_I + \nu \epsilon_{II})$$

$$\sigma_{II} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{II} + \nu \epsilon_I)$$

dans lesquelles E et ν ont été pris égaux à:

$$E = 20\,000 \text{ hbar} \quad \nu = 0,3$$

Les divers résultats ainsi obtenus sont réunis dans le tableau 4-2 et représentés aux figures 4-20, 4-21, et 4-22.

Tableau 4-2.

Résultats expérimentaux:

(*) chaîne d'extensométrie
(**) "

BUDD
SOLARTRON

Repère	P = 20 bars					P = 40 bars					P = 60 bars				
	$\epsilon_l \mu d$	$\epsilon_c \mu d$	σ_l hbar	σ_c hbar		$\epsilon_l \mu d$	$\epsilon_c \mu d$	σ_l hbar	σ_c hbar		$\epsilon_l \mu d$	$\epsilon_c \mu d$	σ_l hbar	σ_c hbar	
TUBE au centre	B1*	-57	47	-0,94	0,65	-116	104	-1,86	1,52		-184	151	-3,05	2,11	
	B2*	-52	49	-0,82	0,73	-115	113	-1,78	1,72		-180	157	-2,92	2,26	
	B3*	-61	51	-1,00	0,72	-121	114	-1,91	1,71		-190	166	-3,08	2,39	
	B4*	-61	44	-1,05	0,56	-121	103	-1,98	1,47		-190	150	-3,19	2,04	
TUBE à mi-rayon	C2*	-66	50	-1,12	0,66	-138	102	-2,36	1,33		-210	156	-3,59	2,04	
	C3*	-67	44	-1,18	0,53	-144	94	-2,55	1,12		-226	143	-4,02	1,65	
	C4**	-52	43	-0,86	0,60	-122	82	-2,14	1,00		-200	130	-3,54	1,54	
	D2*	-58	46	-0,97	0,63	-128	96	-2,18	1,26		-198	143	-3,41	1,84	
TUBE à la périphérie	D3*	-62	42	-1,09	0,51	-133	89	-2,34	1,08		-208	133	-3,69	1,55	
	D4	/	/	/	/	/	/	/	/		/	/	/	/	
	A1**	-35	39	-0,51	0,63	-112	87	-1,89	1,17		-178	130	-3,05	1,68	
	A3**	-61	39	-1,08	0,45	-139	78	-2,54	0,80		-208	135	-3,68	1,60	
TUBE à mi-rayon	A4**	/	/	/	/	/	/	/	/		/	/	/	/	

Tableau. 4-2 (suite)

Repère	p = 20 bars					p = 40 bars					p = 60 bars				
	ϵ_l μd	ϵ_c μd	σ_l hbar	σ_c hbar		ϵ_l μd	ϵ_c μd	σ_l hbar	σ_c hbar		ϵ_l μd	ϵ_c μd	σ_l hbar	σ_c hbar	
Tube près du centre															
	F1**	-56	39	-0,97	0,49	-130	78	-2,34	0,86		-187	139	-3,19	1,82	
	F3**	-48	48	-0,74	0,74	-117	87	-2,00	1,14		-191	143	-3,25	1,88	
	F4**	-52	52	-0,80	0,80	-126	87	-2,19	1,08		-182	148	-3,02	2,05	
Tube à la périphérie															
	E1**	-65	52	-1,09	0,71	-148	109	-2,53	1,42		-243	178	-4,17	2,30	
	E3**	-65	43	-1,14	0,52	-152	100	-2,68	1,20		-239	148	-4,28	1,68	
	E4**	-65	56	-1,05	0,80	-148	109	-2,53	1,42		-234	161	-4,08	1,99	
Plaque															
	T*	492	94	11,43	5,31	857	201	20,16	10,07		1244	328	29,50	15,41	
	U*	288	134	7,21	4,84	630	297	15,80	10,68		871	471	22,25	16,09	
	S*	26	4	0,60	0,26	52	2	1,16	0,39		90	4	2,00	0,68	
Sifflet															
	V*	-452	-41	-10,21	-3,90	-885	-77	-19,87	-7,54		-1339	-81	-29,95	-10,60	
	R*		-27				-72					-47			
	P*		-27				-74					-60			

4-9. CONFRONTATION DE L'EXPERIENCE AVEC LA THEORIE.

Le tableau 4-3 donne la comparaison des résultats théoriques et expérimentaux pour $p = 60$ bars.

Tableau 4-3. $p = 60$ bars

	CONTRAINTES	THEORIQUES (hbar)	EXPERIMENTALES (hbar)
Plaque	σ_{liq}	4,57	2,00
Soufflet	σ_{ϕ}	-26,23	-29,95
	σ_{θ}	-7,87	-10,60
Tube B au centre	σ_t	-3,34	-3,06
	σ_c	2,14	2,20
Tube C à mi-rayon	σ_t	id	-3,71
	σ_c		1,74
Tube A à mi-rayon	σ_t	id	-3,37
	σ_c		1,64
Tube D à la périphérie	σ_t	id	-3,55
	σ_c		1,70

Les figures 4-20 et 4-21 montrent respectivement la variation des contraintes dans les tubes en fonction de la pression et de la position des tubes.

La figure 4-22 donne la flèche de la plaque le long d'un rayon.

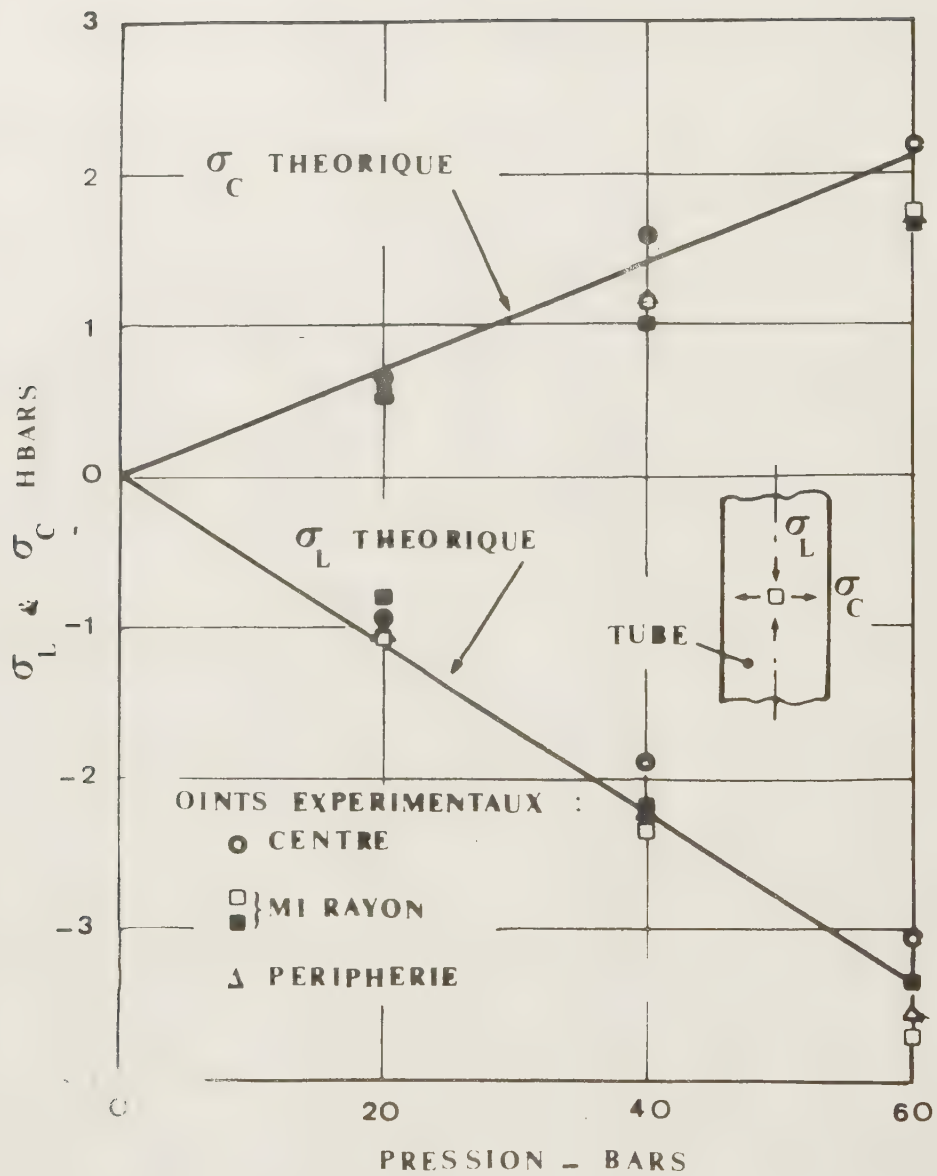


FIG. 4-20. Variation des contraintes dans les tubes en fonction de la pression.

Comparaison des résultats théoriques et expérimentaux.

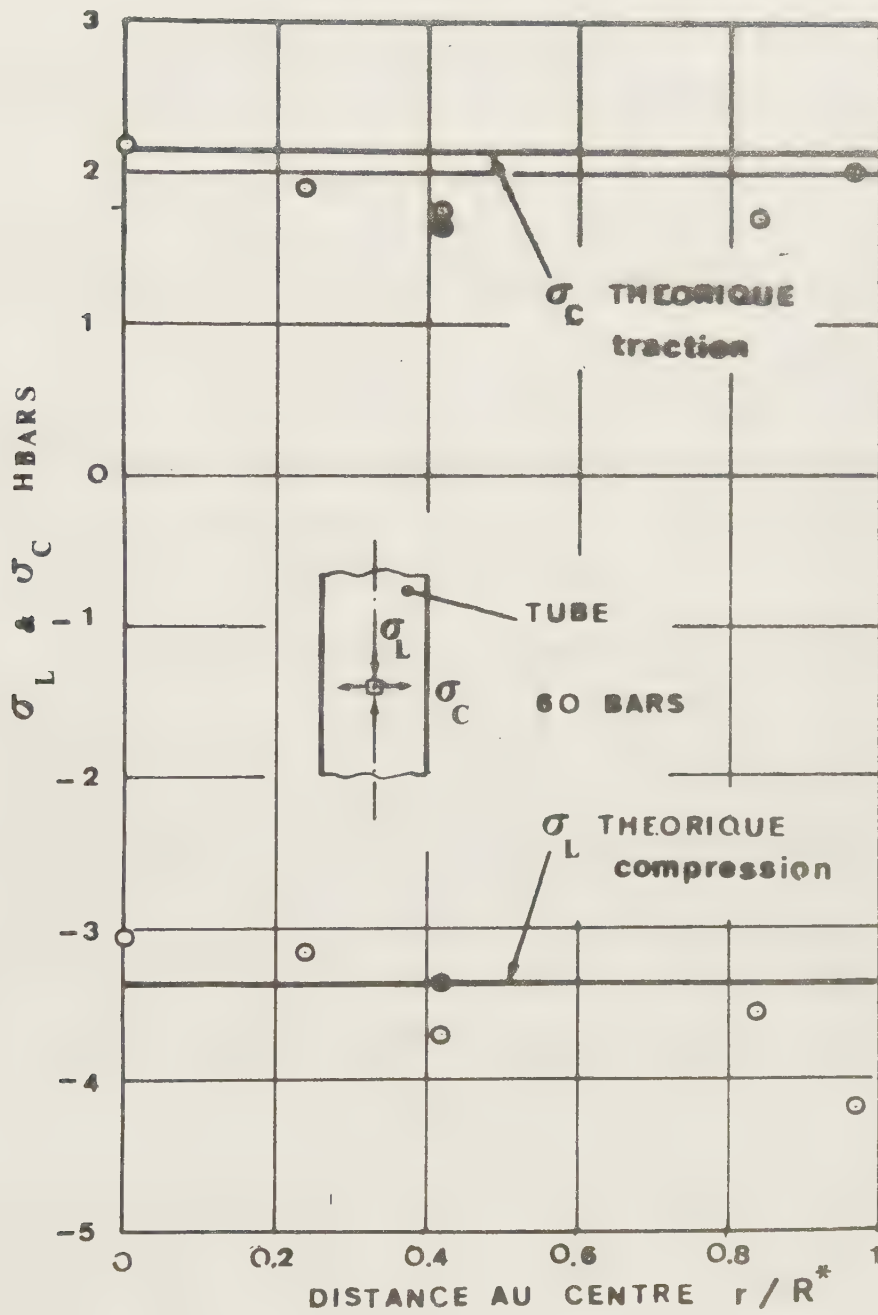


Fig. 4-21. Variation des contraintes dans les tubes le long d'un rayon.
 Comparaison des résultats théoriques et expérimentaux.

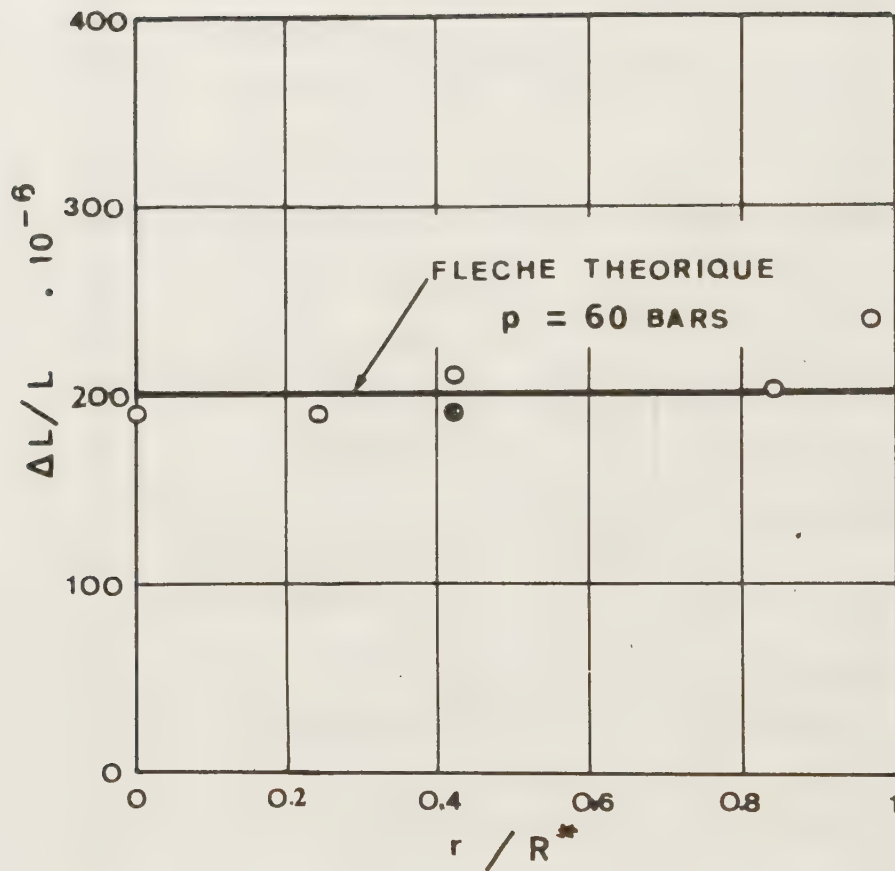


Fig. 4-22. Flèche le long d'un rayon.
Comparaison des résultats théoriques et
expérimentaux.

4-10. ESSAI DE FATIGUE.

Un banc d'essai a été construit pour tester le comportement de l'échangeur à la fatigue (Fig. 4-23).

Entièrement automatique, il permet en outre le réglage des temps de charge, de maintien en pression, et de la décharge. Le nombre de cycles est donné par un compteur totalisateur.

Pour l'essai de la présente maquette, la durée de chaque cycle de pression est de 10 minutes, dont 3 mn pour la montée depuis 5 bars, 5 mn pour le maintien à 60 bars et 2 mn pour la descente à 5 bars (Fig. 4-24).

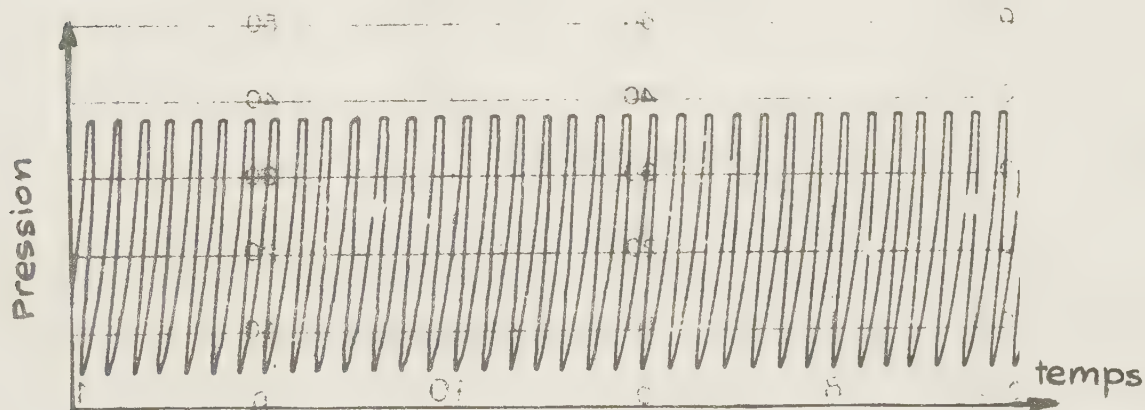


Fig. 4-24. Enregistrement des diverses phases du cyclage.

Au 1208ème cycle, nous avons constaté une fissure au niveau du soufflet. Par contre, aucune défaillance n'a pu être notée dans les plaques.

Comme prévu, la partie la plus sensible a été le soufflet. Cependant, pour connaître le comportement des plaques, objectif principal de notre expérience, nous avons poursuivi l'essai après avoir réparé le soufflet.

A l'avenir, la solution envisagée consiste à faire des essais systématiques de soufflets pour déterminer une forme optimale compatible avec une bonne résistance.

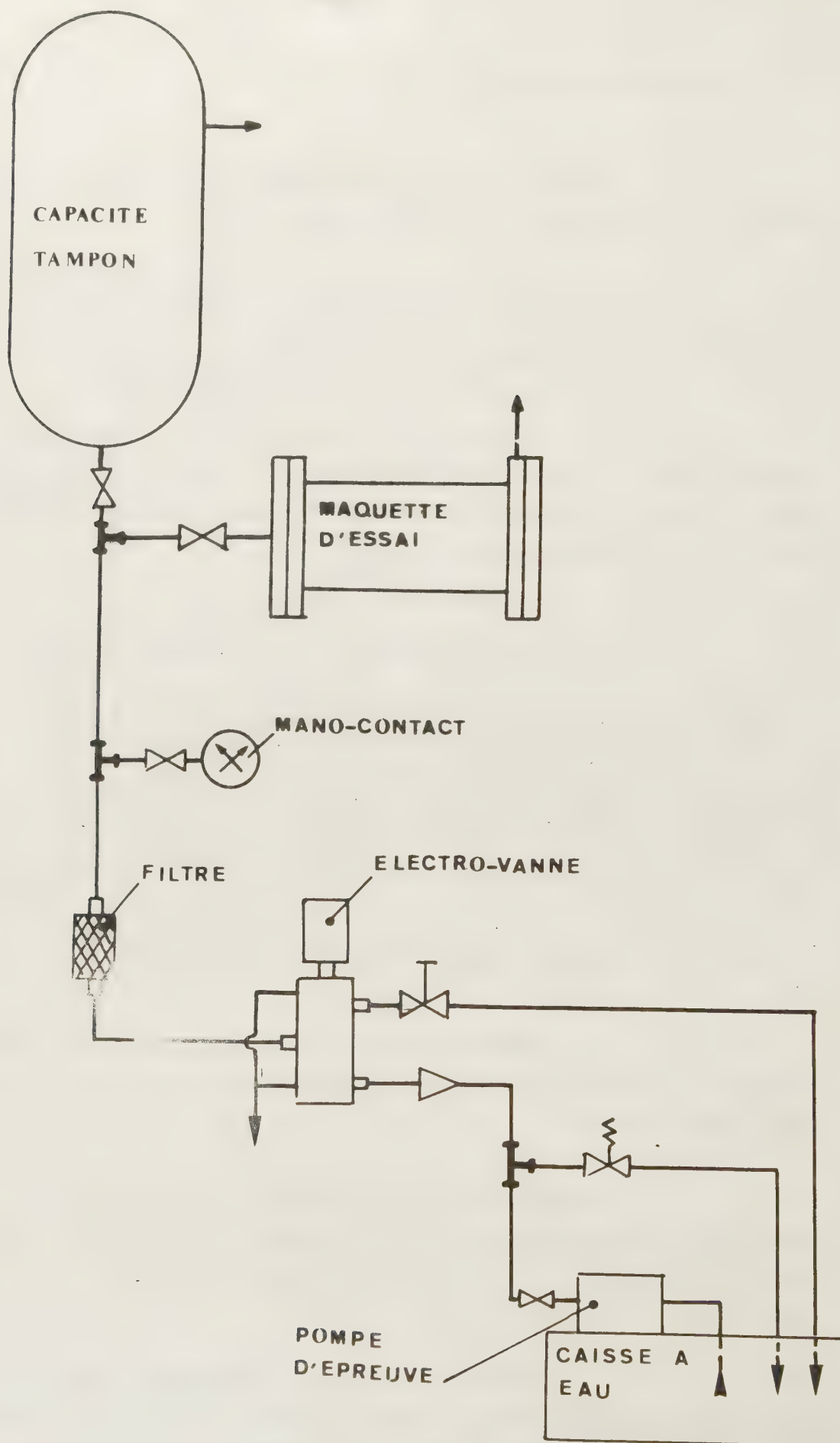


Fig. 4-23. Schéma de fonctionnement du banc d'essai de fatigue.

CONCLUSION

Au terme de ces recherches, on peut dresser un bilan de notre contribution personnelle à l'Analyse des Structures Hétérogènes.

Le point a été fait sur l'état actuel des connaissances des plaques perforées. On peut formuler deux remarques : d'une part, les méthodes analytiques et expérimentales utilisées jusqu'alors n'ont pas permis de connaître la contrainte en un point quelconque de la plaque perforée; d'autre part, les constantes élastiques équivalentes obtenues théoriquement par MEIJERS [12] sont supérieures à 10 % de celles obtenues expérimentalement par O'DONNELL [8]. Mais celui-ci a avisé très récemment GARDNER qu'il révisait ses résultats - adoptés par le code ASME [11] - pour se ranger à ceux de MEIJERS. Notre étude élaborée par la "Méthode des Eléments Finis" a apporté à la fois des connaissances plus complètes quant à la répartition des contraintes, et une confirmation aux valeurs théoriques de MEIJERS. Notre travail fournit donc un appui supplémentaire à la décision d'O'DONNELL.

Après avoir étudié les plaques perforées, nous avons abordé le problème de calcul des structures dont les plaques font partie. Le problème analytique devient rapidement très complexe en particulier pour les échangeurs à plaques fixes, si l'on veut tenir compte de tous les facteurs d'influence. C'est ce qui a suscité chez divers auteurs de nombreuses simplifications. Notre méthode matricielle, dite "Méthode de Flexibilité", permet de tenir compte des divers facteurs d'influence et de traiter le problème sur ordinateur. Elle fournit ainsi une méthode d'analyse plus rationnelle des contraintes et des déformations.

Enfin, nos recherches théoriques, technologiques et expérimentales ont abouti à la mise au point d'un nouveau type d'échangeur de chaleur à plaques très minces, qui entraîne une réduction d'épaisseur considérable. Cet allègement des plaques permet l'utilisation de nouveaux matériaux tels que le titane, dont l'emploi simultané pour les tubes et les plaques, peut éviter la corrosion électrolytique.

Les progrès réalisés dans la construction des échangeurs de chaleur depuis une vingtaine d'années sont donc très importants : on calculait alors les plaques d'échangeurs par des formules empiriques et on affectait un fort coefficient de sécurité. Le développement récent des ordinateurs et des méthodes d'analyse expérimentales de contraintes a permis de mieux dimensionner les structures et de réduire considérablement le coefficient de sécurité qui est, en quelque sorte, le coefficient d'ignorance !

ANALYSE DE CONTRAINTES ET DE DEFORMATIONS
D'UNE VIROLE CYLINDRIQUE

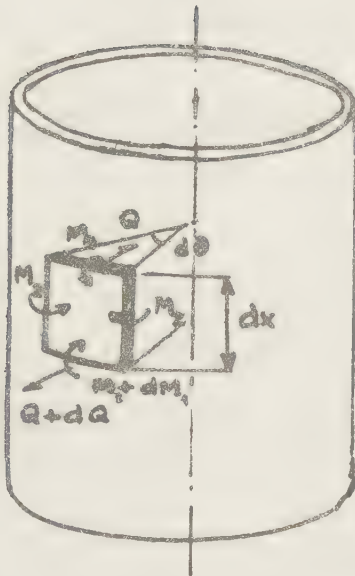


FIG A1-1

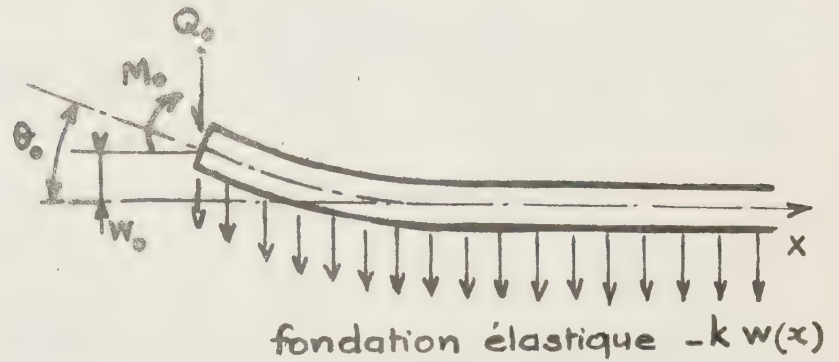


FIG A1-2

Les conditions d'équilibre et de compatibilité des déformations permettent d'obtenir l'équation différentielle de la déformée du 4^e ordre.

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4 \lambda^4 w = 0 \quad \dots (A1-1)$$

$$\lambda^4 = \frac{1}{4} \left(\frac{Ee}{R^2} \right) \frac{1}{D} = \frac{3(1-\nu^2)}{R^2 e^2}$$

En découpant dans la virole une bande de largeur unité selon une génératrice, on obtient une analogie formelle avec une poutre de rigidité $EI = Ee^3 / 12(1-\nu^2) = D$, sur une fondation élastique de module $k = Ee/R^2$ (Fig. A1-2)

La solution générale s'écrit:

$$w = e^{\lambda x} (C_1 \cos \lambda x + C_2 \sin \lambda x) + e^{-\lambda x} (C_3 \cos \lambda x + C_4 \sin \lambda x) \quad \dots (A1-2)$$

Les constantes d'intégration sont déterminées par les conditions aux limites :

$$\begin{bmatrix} [w]_{x=0} \\ \left[\frac{dw}{dx}\right]_{x=0} \\ \left[-D \frac{d^2w}{dx^2}\right]_{x=0} \\ \left[-D \frac{d^3w}{dx^3}\right]_{x=0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_0 \\ \theta_0 \\ M_0 \\ Q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ \lambda & \lambda & -\lambda & \lambda \\ 0 & -2\lambda^2 D & 0 & 2\lambda^2 D \\ 2\lambda^3 D & -2\lambda^3 D & -2\lambda^3 D & -2\lambda^3 D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} \quad \dots (A1.3)$$

L'équation (A1-3) peut s'écrire :

$$[L] = [K] [C] , \text{ d'où : } [C] = [K]^{-1} [L]$$

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4\lambda} & 0 & \frac{1}{8\lambda^3 D} \\ 0 & \frac{1}{4\lambda} & -\frac{1}{4\lambda^2 D} & -\frac{1}{8\lambda^3 D} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{4\lambda} & 0 & -\frac{1}{8\lambda^3 D} \\ 0 & \frac{1}{4\lambda} & \frac{1}{4\lambda^2 D} & -\frac{1}{8\lambda^3 D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ \theta_0 \\ M_0 \\ Q_0 \end{bmatrix} \quad \dots (A1-4)$$

Connaissant les constantes , les déformations et les efforts sont donnés par

$$\begin{bmatrix} w \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w \\ \frac{dw}{dx} \\ -D \frac{d^2w}{dx^2} \\ -D \frac{d^3w}{dx^3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(\lambda x) & \frac{1}{\lambda} F_2(\lambda x) & -\frac{1}{\lambda^2 D} F_3(\lambda x) & -\frac{1}{\lambda^3 D} F_4(\lambda x) \\ -4\lambda F_4(\lambda x) & F_1(\lambda x) & -\frac{1}{\lambda D} F_2(\lambda x) & -\frac{1}{\lambda^2 D} F_3(\lambda x) \\ \frac{k}{\lambda^2} F_3(\lambda x) & \frac{k}{\lambda^3} F_4(\lambda x) & F_1(\lambda x) & \frac{1}{\lambda} F_2(\lambda x) \\ \frac{k}{\lambda} F_2(\lambda x) & \frac{k}{\lambda^2} F_3(\lambda x) & -4\lambda F_4(\lambda x) & F_1(\lambda x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ \theta_0 \\ M_0 \\ Q_0 \end{bmatrix} \quad \dots (A1-5)$$

$$F_1(\lambda x) = \cosh \lambda x \cos \lambda x$$

$$F_2(\lambda x) = \frac{1}{2} (\cosh \lambda x \sin \lambda x + \sinh \lambda x \cos \lambda x)$$

$$F_3(\lambda x) = \frac{1}{2} \sinh \lambda x \sin \lambda x \quad \dots (A1-6)$$

$$F_4(\lambda x) = \frac{1}{4} (\cosh \lambda x \sin \lambda x - \sinh \lambda x \cos \lambda x)$$

Dans le cas d'un cylindre semi-infini on a la condition $[w]_{x=\infty} = 0$, ce qui donne $C_1 = C_2 = 0$

$$\begin{bmatrix} w(x) \\ \theta(x) \\ M(x) \\ Q(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2\lambda^2 D} F_4(\lambda x) & -\frac{1}{2\lambda^3 D} f_3(\lambda x) \\ -\frac{1}{\lambda D} F_1(\lambda x) & \frac{1}{2\lambda^2 D} f_4(\lambda x) \\ -\frac{1}{\lambda} f_2(\lambda x) & f_1(\lambda x) \\ -f_3(\lambda x) & -2\lambda f_2(\lambda x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_0 \\ Q_0 \end{bmatrix} \quad \dots (A1-7)$$

$$f_1(\lambda x) = e^{-\lambda x} (\cos \lambda x + \sin \lambda x)$$

$$f_2(\lambda x) = e^{-\lambda x} (\sin \lambda x)$$

$$f_3(\lambda x) = e^{-\lambda x} (\cos \lambda x - \sin \lambda x) \quad \dots (A1-8)$$

$$f_4(\lambda x) = e^{-\lambda x} \cos \lambda x$$

Les contraintes principales de flexion sont:

$$\sigma_I = \sigma_t(x) = \frac{E w(x)}{R} \pm \frac{6 \nu M(x)}{e^2}$$

$$\sigma_{II} = \sigma_l(x) = \pm \frac{6 M(x)}{e^2} \quad \dots (A1-9)$$

$$\sigma_{III} = \sigma_r = 0$$

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] HORVAY, G. "The Plane Stress Problem of Perforated Plates"
Jnal of Appl. Mech. vol 19.
Trans. ASME vol. 74 1952 pp. 355 - 360.
- [2] HORVAY, G. "Bending of Honey combs and Perforated Plates"
Jnal of Appl. Mech. vol. 19
Trans ASME vol. 74, 1952 pp. 122 - 123
- [3] MALKIN, I. "Notes on Theoretical Basis for Design of Tube-Sheets
of Triangular Layout"
Trans. ASME vol. 74, 1952. pp. 387-396.
- [4] SAMPSON, R.C. "Photoelastic Frozen Stress Study of the Effective
Elastic Constants of Perforated Materials".
WAPD - OLE - 319 - May 1959. OST. Dept. of Commerce
Washington 25, D.C.
- [5] SAMPSON, R.C. "Photoelastic Analysis of Stress in Perforated Materials
Subject to tension or Bending".
WAPD - BT - 18 Appl. 1960 OTS. Dept. of Commerce
Washington 25, D.C.
- [6] LEVEN, M.M. "Preliminary Report of Deflexion of Tubes Sheets"
WAPD - OLE. 319 - May 1959. OTS. Dept of Commerce
Washington 25, D.C.
- [7] LEVEN, M.M. "Photoelastic Determination of Stresses in Tube-Sheets
and comparison With Calculated Values".
WAPD - BT - 18 April 1960. OTS, Dept. of Commerce
Washington 25, D.C.
- [8] O'DONNELL, W.J. "Design of Perforated Plates"
and LANGER, B.J. Trans. ASME vol. 84, serie B, 1962 pp. 307-319
- [9] TRAN HUU HANH "Contribution à l'étude des plaques percées de nombreux
trous - Influence du dudgeonnage"
Thèse Doc. Ing. 1967 ENSM - Université de Nantes
- [10] NISIDA, M. "Stress Concentration in a Plate Dues to Uniformly
and SHIROTA, Y. Spaces Circular Holes.
Sci. Papers. I.P.C.R. vol 59, N° 3 (1965)
- [11] ASME CODE "Nuclear Vessels"
section III - art. 1.9. 1968
- [12] MEIJERS, P. "Plates With a Doubly Periodic Pattern of circular Holes
Loaded in Plane Stress or in Bending"
Forst. Intern. Conf. Pressure Vessel Technology
ASME Delft. 1969. pp. 551-570.

- [13] ZIENKIEWICZ, O.C. "The Finite Element Method in Structural and continuum Mechanics"
Mc Graw - Hill - Publishing Company Limited 1968
- [14] IVAR HOLAND and KOLBEIN BELL "Finite Element Methods in Stress Analysis"
The Technical University of Norway.
Trondheim - Norway. 1969.
- [15] KRAUS, H "Pressure and Thermal Stresses in U tubes Steam Generators for Nuclear Power Plants"
Bettis Tech. Teveiw - WAPD BT 21. 1960
- [16] O'DONNELL, W.J "The Effets of the Tubes on Stresses and Deflections in U tubes Steam Generators Tube-Streets"
Bettis Tech. Review - WAPD BT 21. 1960
- [17] HARVEY, JH "Pressure Vessel Design"
Van Nostrand, New-York. 1963
- [18] PRZEMIENIECKI, JS "Theory of Matrix Structural Analysis".
Mc Graw-Hill. 1968
- [19] BICKELL, M.B. and RUIZ, C. "Pressure Vessel Design"
St. Martin's Press - New-York - 1967.
- [20] SLOT, T "Theoretical and Experimental Analysis of a Thermal Stress Problem in Tube-Street design
First. Intern. Conf. Pressure Vessel Technology
ASME Delft. 1969 pp. 379 - 399.
- [21] DUNCAN, J.P. "Quasi-Theoretical Method for calculating the rigidity of Multi-pass Tube-Plates".
Inal. Mech. Eng. Science vol. 6 n°2 1964
- [22] GARDNER, K.A. "Heat Exchanger Tube-Sheet design"
Trans. ASME vol. 70. 1948, pp. 377 - 385
- [23] GARDNER, K.A. "Heat Exchanger Tube-Sheet Design" - 2.
Trans ASME vol. 74. 1952, pp. 159 - 166
- [24] GARDNER, K.A. "Heat Exchanger Tube-Sheet Design" - 3.
Trans. ASME, serie E, vol. 82, 1960, pp. 25 - 33
- [25] GARDNER, K.A. "Tube-Sheet Design : A Basis for Standardisation"
First Intern Conf. Pressure Vessel Technology"
ASME Delft 1969, Netherlands, pp. 621 - 648
- [26] MILLER, K.A.G. "The design of tube-plates in Heat-Exchangers"
Proc. Inst. Mech. Eng. vol. IB, 1952 pp. 215 - 231
- [27] BS 1500 "Fusion Welded Pressure Vessels"
Brit. Stand. Inst. London, England 1958
- [28] STANDARDS T.E.M.A. "Construction des Echangeurs de chaleur".
New-York, 1968 Traduc. de G. GENIER et P. LE POITTEVIN

- [29] ASME CODE "Boiler and Pressure Vessel Code"
Section VIII. New-York 1968
- [30] YI-YUAN-YU "Rational analysis of Heat Exchanger Tube-Sheet Stress"
Trans. ASME, Jnal of Appl. June 1956 pp. 468 - 475.
- [31] KITOVER, K.A. "Calcul des plaques à tubes circulaires pour échangeurs
de chaleur" revue russe : Hemiceskoe Masinostromie" 1962
- [32] BOON, G.B. "Fixed Tube-Sheet Heat Exchangers"
& Walsh, RA. Trans. ASME. Jnal of appl. Mech. June 1964 pp. 175-180
- [33] TKACHENKO, B.K. "Méthodes de calcul des plaques d'échangeurs à tubes
droits"
Issledovanie Maschet Naprjazhenij v deltaljahk mashin
i Konstrukcijakl Moshva, 1966.
- [34] PETERSON, R.E. "Stress Concentration Design Factor"
John Willey and Sons - New-York - 1953
- [35] ROARK, R.J. "Formulas for Stress and Strain"
Mc Graw Hill Book Company 1965
- [36] LAUPA, A "Analysis of U Shaped Expansion Joints"
& WEIL, N.A. Trans. ASME. Jnal of Appl. Mech. March. 1962 pp.115-123
- [37] HETENYI, M. "Beams on Elastic Fondation"
The University of Michigan Press. 1967
- [38] Mc MACHLAN, N.W. "Bessel Fonctions for Engineers".
Oxford at The Clarendon Press. 2nd Edition. 1961
- [39] MUSKHELISHVILI, N.I. "Some Basic Problems of the mathematical theory of
Elasticity".
Groningen - The Netherlands, 1963

